

# AL4 Istituzioni di Algebra Superiore (1° Modulo)

A.A. 2000/2001

Prof. Stefania Gabelli

Teoria di Galois

## 1. Elementi di Teoria dei Campi

Campi e sottocampi. Il gruppo moltiplicativo di un campo. Caratteristica. Omomorfismi di campi.

Ampliamenti di campi. Ampliamenti semplici e finitamente generati. Il composto di due campi.

Elementi algebrici e trascendenti. Il polinomio minimo di un elemento algebrico. Teorema di struttura degli ampliamenti semplici.

Il grado di un ampliamento. Ampliamenti quadratici e biquadratici. Ampliamenti finiti.

Radici  $n$ -sime dell'unità. Radici primitive. Polinomi ciclotomici su  $Q$  e loro irriducibilità. Ampliamenti ciclotomici.

Costruzioni di radici e campi di spezzamento. F-isomorfismi. Unicità del campo di spezzamento.

Ampliamenti algebrici. Teorema di struttura degli ampliamenti algebrici finitamente generati. Teorema dell'elemento primitivo in caratteristica zero. Esempi di ampliamenti algebrici non finiti.

Chiusura algebrica e campi algebricamente chiusi.

Elementi coniugati e campi coniugati. Chiusura normale e ampliamenti normali.

## 2. Gruppi di Galois e ampliamenti di Galois

Il gruppo di Galois di un ampliamento di campi. Il gruppo di Galois di un polinomio.

Ampliamenti di Galois. Gli ampliamenti di Galois come campi di spezzamento di polinomi (in caratteristica zero).

Il gruppo di Galois di un polinomio come gruppo di permutazioni. Esempi di polinomi di grado primo  $p$  con gruppo di Galois isomorfo a  $S_p$ .

Il gruppo di Galois di un ampliamento ciclotomico.

## 3. La corrispondenza di Galois

Campi intermedi e campi fissi. Campi coniugati e loro gruppi di Galois. La chiusura di Galois di un campo intermedio.

Il teorema fondamentale della corrispondenza di Galois. Calcolo esplicito di esempi nel caso numerico.

La corrispondenza di Galois per alcuni ampliamenti ciclotomici. Sottocampi reali.

#### 4. Alcune applicazioni della corrispondenza di Galois

Costruzioni con riga e compasso. CNES per la costruibilità di un punto. Costruzioni impossibili. Costruzione dei poligoni regolari. Il teorema di Gauss.

Polinomi e funzioni simmetriche. Il polinomio generale di grado  $n$ . Il discriminante di un polinomio. Il discriminante dell' $n$ -simo polinomio ciclotomico.

Il problema della risolubilità per radicali di un'equazione polinomiale. Ampliamenti radicali.

CNES perché un'equazione polinomiale sia risolubile per radicali. Cenni sui gruppi risolubili: esempi.

Il Teorema di Ruffini-Abel. Esempi di equazioni di 5 grado non risolubili per radicali.

Le formule di Cardano per le soluzioni di un'equazione di terzo grado. Discussione delle radici in base al discriminante.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] *Appunti del docente distribuiti a lezione.*  
 [2] C. PROCESI, *Elementi di Teoria di Galois*. Decibel, Zanichelli, (Seconda ristampa, 1991).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] I. STEWART, *Galois Theory*. Chapman and Hall, (1989).  
 [4] J. ROTMAN, *Galois Theory*. Universitext, Springer-Verlag, (1990).  
 [5] M. H. FENRICK, *Introduction to the Galois Correspondence*. Birkäuser, (1992).  
 [6] M. ARTIN, *Algebra*. Bollati-Boringhieri, (1998).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO

L'esame consiste di due prove scritte da svolgersi in classe durante il corso e da un colloquio integrativo.

Nel caso in cui la media dei voti riportati nelle due prove scritte non raggiunga la sufficienza è necessario sostenere una prova scritta finale.

Il colloquio integrativo consisterà nella discussione delle prove scritte e nell'esposizione di un argomento svolto nel corso.