

AM1 Analisi Matematica-1⁰ Modulo

A.A. 2000/2001

Prof. Gianni Mancini

Funzioni reali di variabile reale: limiti e derivate

1. Il sistema dei numeri reali

Struttura algebrica, struttura d'ordine. La diseuguaglianza triangolare. Il sottoinsieme \mathbb{N} dei naturali, proprietà di minimo, il Principio di induzione. Un'applicazione: la diseuguaglianza di Bernoulli. I sottoinsiemi degli interi, dei razionali. L'assioma di completezza: ogni insieme superiormente limitato ha estremo superiore. Prime conseguenze: la proprietà Archimedeo, densità dei razionali.

2. Successioni e serie di numeri reali

Successioni limitate, monotone, estremo superiore. Limite superiore, inferiore. Successioni convergenti, divergenti. Operazioni sui limiti, limiti e ordinamento. Limiti di successioni monotone. Una applicazione: il numero di Nepero, alcuni fondamentali limiti ad esso connessi. Confronto tra infiniti, infinitesimi. La regola di Cesaro. La condizione necessaria e sufficiente di Cauchy. Sottosuccessioni, ogni successione limitata ha una estratta convergente.

Insiemi chiusi, compatti, chiusura di un insieme: caratterizzazione mediante successioni.

Serie numeriche, successione delle somme parziali, serie convergente, divergente, oscillante. Una serie a termini positivi o converge o diverge. Assoluta convergenza. La serie armonica diverge: la successione delle somme parziali ha una crescita logaritmica. La serie geometrica, la serie armonica generalizzata. La condizione di Cauchy. Prime conseguenze: il termine n -esimo di una serie convergente va a zero, una serie assolutamente convergente è convergente (ma non viceversa: il caso della serie armonica a segni alterni). Il criterio del rapporto, della radice, il caso in cui $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ tende a uno, confronto con la serie armonica generalizzata. Serie telescopica, se $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_{n+1} - a_n| < +\infty$ allora a_n converge; un'applicazione allo studio di successioni definite per ricorrenza.

3. Limiti di funzioni reali di variabile reale

Generalità sulle funzioni: dominio, immagine, iniettività, suriettività, funzione inversa, monotonia. Limiti. Limiti a destra, a sinistra: il limite c'è se e solo se i limiti a destra e sinistra esistono e sono uguali, caratterizzazione mediante successioni. Limiti e ordinamento: le diseuguaglianze si conservano al limite, la permanenza del segno, il principio di confronto. Limiti di funzioni monotone. Operazioni sui limiti. Limiti di potenze, limiti di funzioni composte, calcolo di limiti mediante cambio di variabile. Limiti in forma indeterminata.

4. Continuitá

Funzioni continue, caratterizzazione mediante successioni. Somma, prodotto, composizione di funzioni continue. Continuitá della funzione inversa. Funzioni Lipschitziane, uniforme continuitá, prolungamento continuo; la funzione esponenziale e la funzione logaritmo, loro proprietá.

Proprietá globali delle funzioni continue:

- la proprietá del valore intermedio, la funzione radice n-esima
- il teorema di Weierstrass
- il teorema di Heine-Cantor.

5. Derivabilitá

Derivabilitá e derivata, derivata della somma, del prodotto, del quoziente. Derivazione di funzioni composte, derivabilitá e derivata della funzione inversa. Le inverse delle funzioni circolari, le inverse delle funzioni iperboliche e loro derivate. Significato geometrico di derivata, retta tangente, differenziabilitá. La derivata si annulla nei punti di minimo (massimo) liberi: i teoremi di Rolle, del valor medio, degli accrescimenti finiti. Qualche applicazione: monotonia e segno della derivata, funzioni a derivata nulla in un intervallo, le funzioni con derivata continua sono localmente Lipschitziane. La prima regola de L'Hopital, ed anche la seconda. Derivate successive, il Polinomio di Taylor, la formula di Taylor con il resto secondo Peano. Studio di limiti ed una applicazione alla ricerca di massimi/minimi liberi. La formula di Taylor con il resto secondo Lagrange, applicazione allo studio della convessitá. Studio di funzioni.

6. Integrazione di funzioni continue

Integrale di una funzione continua su di un intervallo. Proprietá di linearitá, positivitá, additivitá dell'integrale.

Il Teorema Fondamentale del Calcolo, la formula di Torricelli-Newton. Integrazione per parti, per sostituzione. La formula di Taylor con il resto in forma integrale. Integrazione di funzioni elementari.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] MARCELLINI P., C. SBORDONE, *Analisi Matematica Uno*. Liguori, (1998).
 [2] CECCONI-PICCININI-STAMPACCHIA, *Esercizi e problemi di Analisi Matematica, Volume Uno*. Liguori, (1996).
 [3] ENRICO GIUSTI, *Analisi Matematica I*. Boringhieri, (1996).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO