

AM6 Istituzioni di Analisi Superiore (2° Modulo)

A.A. 2000/2001

Prof. Luigi Chierchia

Introduzione all'analisi complessa

1. Proprietà locali di funzioni analitiche

Equazioni di Cauchy-Riemann. Serie di potenze. Funzioni intere elementari. Logaritmo come funzione multivoca e rami analitici del logaritmo. Mappe conformi e isomorfismi analitici. Trasformazioni lineari fratte. Teorema di Cauchy (con singolarità) su dischi. Indice e sue proprietà. Formula di Cauchy e suoi corollari (teorema di Morera, teorema di Liouville, stime di Cauchy). Serie e formula di Taylor (con resto integrale) di funzioni olomorfe. Principio di identità. Singolarità isolate. Zeri e poli. Teorema di Rouché. Rappresentazione locale di funzioni olomorfe. Il principio del massimo.

2. Forma generale del teorema di Cauchy

Catene e cicli. Insiemi semplicemente connessi. Omologia. Teorema di Cauchy generale. Differenziali su C . Differenziali localmente esatti. Generalizzazione del teorema di Cauchy: "l'integrale di un differenziale localmente esatto su di un ciclo omologo a zero è nullo".

3. Calcolo dei residui

Il teorema dei residui. Il principio dell'argomento. Generalizzazione della formula di Cauchy e di sue conseguenze. Calcolo di integrali definiti.

4. Serie e prodotti

Teoremi di Weierstrass e Hurwitz sulla convergenza uniforme di funzioni analitiche. Serie di Laurent. Serie di Fourier di funzioni periodiche analitiche. Frazioni parziali e teoria di Mittag-Leffler. Espansione in frazioni parziali di funzioni elementari ($1/\sin^2 \pi z$, $\cot \pi z$, $1/\sin \pi z$). Prodotti infiniti. Teorema di Weierstrass sui prodotti infiniti e prodotti canonici. Rappresentazione di $\sin \pi z$.

5. Funzioni armoniche e mappe conformi

Funzioni armoniche. Differenziale coniugato ed esistenza di armoniche coniugate in domini semplicemente connessi. Media integrale di funzioni armoniche su dischi concentrici e proprietà del valor medio; principio del massimo (minimo). Nucleo di Poisson, formula di Schwarz e problema di Dirichlet su dischi. Il principio di riflessione e continuezioni analitiche. Funzioni subarmoniche. Metodo di Perron per il problema di Dirichlet. Funzioni di Green e relazioni con il problema di Dirichlet. Dimostrazione del teorema della mappa di Riemann in casi speciali tramite le funzioni di Green. Teorema della mappa di Riemann (caso generale).

TESTI CONSIGLIATI

- [1] L. AHLFORS, *Complex Analysis*. McGraw, (1979).
[2] S. LANG, *Complex Analysis*. Springer, (1985).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

Di norma è previsto un colloquio integrativo basato sulla discussione dell'esame scritto.