

AM8 Analisi non lineare

A.A. 2000/2001

Prof. Gianni Mancini

Metodi Variazionali

1. Metodi diretti

Calcolo differenziale in spazi di Hilbert. Gradiente di un funzionale, punti critici, valori critici. Il teorema del valor medio. Operatori differenziabili. L'operatore di Nemitskii. Il differenziale secondo. I teoremi dell'inverso locale e del Dini. Varietà differenziabili modellate su spazi di Hilbert, superfici di livello di funzionali differenziabili. Equazioni differenziali in spazi di Hilbert, flusso gradiente.

Semicontinuità inferiore, minimizzazione. Problemi di minimo vincolati, il principio dei moltiplicatori di Lagrange. Applicazioni a problemi al contorno ellittici semilineari coercivi. Soluzioni positive.

Il principio variazionale di Ekeland.

2. Metodi di min-max

La condizione Palais-Smale. Campi gradiente e deformazioni lungo le linee di massima pendenza. Il principio di min-max di Palais. Applicazione alla ricerca di geodetiche chiuse su varietà compatte di R^3 (teorema di Birkhoff).

Il Lemma di Borsuk-Ulam ed il genere di Krasnoselskii. Un principio di min-max per funzionali pari. Applicazione a problemi ellittici non coercivi con nonlinearità dispari del tipo potenza: esistenza di infinite soluzioni. La categoria di Ljusternik-Schnirelmann, teorie di indice.

Il lemma di passo di montagna. Applicazione a problemi ellittici superlineari. Il lemma di passo di montagna in presenza di simmetrie, esistenza di infinite soluzioni per problemi ellittici superlineari con nonlinearità dispari. La nozione di "allacciamento" ed estensioni del Lemma di passo di montagna (teoremi di "linking").

3. Problemi ellittici con mancanza di compattezza

Problemi ellittici superlineari in R^n , il caso radiale. Il Principio di concentrazione-compattezza di P.L.Lions (il caso localmente compatto).

Immersioni di Sobolev, costanti ottimali, funzioni estremali via concentrazione-compattezza (il caso non localmente compatto).

La miglior costante di Sobolev non è realizzata sui domini limitati. L'identità di Pohozaev ed un risultato di non esistenza. Il risultato di Brezis-Nirenberg.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] MICHAEL STRUWE, *Variational Methods*. Springer, (1996).
[2] ANTONIO AMBROSETTI, GIOVANNI PRODI, *A primer of Nonlinear Analysis*. Cambridge University Press, (1993).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO