

# GE10 Geometria Superiore 2<sup>o</sup> Modulo

A.A. 2000/2001

Prof. Giuseppe Pareschi

Geometria Algebrica

## 1. Varietà algebriche

Topologia di Zariski su  $\mathbf{A}^n$ . Insiemi algebrici affini. Teorema degli zeri di Hilbert. Corrispondenza tra insiemi algebrici affini e ideali radicali dell'anello dei polinomi su un campo algebricamente chiuso. Insiemi algebrici irriducibili e ideali primi. Decomposizione in componenti irriducibili.

Topologia di Zariski di  $\mathbf{P}^n$ . Insiemi algebrici proiettivi. Teorema degli zeri omogeneo. Corrispondenza tra insiemi algebrici proiettivi e ideali radicali omogenei. Insiemi algebrici proiettivi irriducibili e ideali primi omogenei. Decomposizione in componenti irriducibili. Omogeneizzazione e deomogeneizzazione. Ricoprimento di insiemi algebrici proiettivi tramite insiemi algebrici affini.

Cenni di algebra multilineare: prodotto tensoriale di moduli, potenza esterna e potenza simmetrica. Algebre tensoriale, esterna e simmetrica (cenni). Grassmanniane e loro immersioni di Plücker.

Funzioni regolari. Germi di funzioni regolari in un punto. Anello locale di una varietà in un punto. Campo delle funzioni razionali. Corrispondenza tra  $k$ -algebre finitamente generate e varietà affini.

Cenni di teoria della dimensione in Algebra Commutativa: dimensione di trascendenza, dimensione di Krull, Teorema dell'ideale principale.

Mappe razionali. Mappe birazionali. Ogni varietà è ricoperta da varietà affini. Ogni varietà è birazionale a una ipersuperficie. Scoppiamento in un punto.

Spazio tangente "immerso". Spazio tangente "intrinseco" (di Zariski). Non-singolarità di una varietà.

Funzione di Hilbert di un modulo graduato. Funzione e polinomio di Hilbert di una varietà proiettiva. Teorema di Hilbert-Serre. Lunghezza di un modulo (cenni). Molteplicità di intersezione. Teorema di Bézout generalizzato.

## 2. Cenni di teoria degli schemi

Limiti diretti. Prefasci e fasci. Fasci di funzioni e germi di funzioni in un punto. Fascio associato ad un prefascio. Successioni esatte di fasci. Spettro e spettro massimale di un anello. Schemi affini. Spazi localmente anellati. Schemi (cenni). Proj di un anello graduato. Fasci quasi-coerenti e coerenti (cenni).

**3. Cenni su funtori derivati e coomologia** Funtori covarianti o controvarianti esatti a destra o a sinistra. Esempi dall'algebra commutativa e dalla geometria algebrica:

prodotto tensoriale di moduli e di fasci di moduli,  $\text{Hom}$  e  $\mathcal{H}om$ , funtore delle sezioni globali, funtore dell'immagine diretta. Funtori derivati (definizione). Esempi:  $\text{Tor}$ ,  $\text{Ext}$ ,  $\mathcal{T}or$ ,  $\mathcal{E}xt$ , coomologia a coefficienti in un fascio, immagini dirette superiori. Oggetti iniettivi e proiettivi. Risoluzioni iniettive e proiettive. Esistenza e costruzione di funtori derivati (cenni).

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] R. HARTSHORNE, *Algebraic Geometry*. Springer-Verlag, (1977).  
[2] J. HARRIS, *Algebraic Geometry: A first course*. Springer Verlag, (1992).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] M. ATIYAH, I. MACDONALD, *Introduction to commutative algebra*. Addison-Wesley, (1969).  
[4] C. WEIBEL, *Introduction to homological algebra*. Cambridge University Press

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO