AM4 Analisi Matematica (4^0 Modulo)
A.A. 2001/2002

Prof. L. Chierchia

Teoria dell'integrazione e analisi di Fourier

1. Integrale di Riemann e misura di Peano–Jordan in R^n

Insiemi elementari. Funzioni a scalini. Insiemi di misura nulla (caratterizzazioni, definizioni equivalenti, proprietà). Integrale di Riemann e sue proprietà fondamentali. Teorema di Vitali–Lebesgue (le funzioni integrabili secondo Riemann sono le funzioni con insieme di discontinuità di misura nulla). Misura di Peano–Jordan e sue proprietà fondamentali. Gli insiemi misurabili secondo Peano–Jordan sono gli insiemi limitati con frontiera di misura nulla. Integrali iterati ed insiemi normali; formule di riduzione. Misure di parallelepipedi e determinanti; il teorema del cambio di variabili. Integrazione su insiemi di rotazione; coordinate polari in R^n; calcolo dell'integrale di $\exp(|x|^2)$ su R^n.

2. Integrazione su varietà. Teoremi del "calcolo avanzato"

Definizione di elemento di k–varietà in R^n; varietà e varietà chiuse. Integrazione su varietà. Partizione dell'unità. Insiemi regolari. Il teorema della divergenza in R^n per insiemi regolari. Integrazione di 1–forme differenziali; condizioni di "integrabilità"; lemma di Poincaré. Il rotore in R^3; lemma di Poincaré. Teorema di Green nel piano. Teorema di Stokes in R^3. Superfici di rotazione.

3. Una estensione dell'integrale di Riemann "Invasioni" numerabili e misurabili (secondo Peano–Jordan) di un insieme in R^n; definizione dell'integrale di Riemann esteso. Generalizzazione della misura di Peano–Jordan. Esempio di un insieme limitato misurabile in senso esteso ma non in senso classico. Gli spazi normati $(\mathcal{R}_p(E), \|\cdot\|_p)$ delle funzioni integrabili in senso di Riemann generalizzato. Disuguaglianza di Schwarz. Approssimazioni di funzioni in $\mathcal{R}_p$ mediante funzioni integrabili secondo Riemann (in senso classico).

4. Serie di Fourier

Funzioni perdiodiche e coefficienti di Fourier di funzioni periodiche e $\mathcal{R}_1([0, 2\pi])$; proprietà dei coefficienti di Fourier; relazione tra regolarità di una funzione e decadimento dei sui coefficienti di Fourier; disuguaglianza di Bessel. Lemmi di Dini (caso semplice e caso "con salti") e convergenza puntuale delle serie di Fourier. Convergenza totale e uniforme per funzioni continue e C^1 a tratti. Funzioni multi–periodiche e loro serie di Fourier. Applicazioni alle equazioni differenziali.

5. Trasformata di Fourier Trasformata di Fourier di funzioni $\mathcal{R}_1(R)$; proprietà della trasformata di Fourier; relazione tra regolarità e decadimento della trasformata di Fourier. Lemmi sull'integrazione in R: "convergenza dominata" e approssimazioni di Riemann. Il teorema di inversione per funzione C_0^2; Il teorema di inversione per funzioni C^2 con derivate integrabili. Identità di Bessel per funzioni C^1 con derivata integrabile. Trasformata di Fourier in R^n (cenni). Applicazioni alle equazioni differenziali.

Testi consigliati

[1] Chierchia, L., *Lezioni di Analisi Matematica 2*. Aracne, (1997).
[2] Rudin, W., *Principi di analisi matematica*. McGraw-Hill, (1991).

Bibliografia supplementare

[3] Giusti E., *Analisi Matematica 2*. Boringhieri, (1992).
[4] Demidovich B.P., *Esercizi e problemi di Analisi Matematica*. Editori Riuniti, (1993).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		■ SI	□ NO
- esame finale	scritto	■ SI	□ NO
	orale	■ SI	□ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		□ SI	■ NO