

# IN3 Teoria dell'Informazione

A.A. 2002/2003

Lorenzo Tortora de Falco

## Introduzione alla teoria della complessità

### 1. Prima Parte: calcolabilità e complessità.

- Funzioni ricorsive primitive e funzioni elementari: definizioni ed esempi. La nozione di codifica. Caratterizzazioni alternative della classe delle funzioni elementari. La funzione di Ackermann e le funzioni (parziali) ricorsive.
- Macchine di Turing e funzioni  $T$ -calcolabili: richiami sulle macchine di Turing mononastro/multinastro, linguaggi accettati e funzioni calcolate da una macchina di Turing, rappresentazione dei dati. Equivalenza tra Turing-calcolabilità e ricorsività: la forma normale di Kleene. La macchina di Turing universale.
- Qualche risultato fondamentale di ricorsività: il teorema di enumerazione. Insiemi ricorsivamente enumerabili ed insiemi ricorsivi. Il problema della fermata e sua indecidibilità. La nozione di riduzione algoritmica, completezza del problema della fermata rispetto alla classe dei problemi ricorsivamente enumerabili. Il teorema Smm ed il teorema di Rice. Qualche risultato di indecidibilità nel  $\lambda$ -calcolo. Il teorema del punto fisso. Dimostrazione del carattere ricorsivo della funzione di Ackermann come applicazione del teorema del punto fisso.

### 2. Seconda Parte: le classi di complessità.

- Tempo e spazio deterministici: le classi  $P$  ed  $EXP$ . Macchine di Turing con input ed output, spazio di calcolo, le classi  $L$ ,  $PSPACE$ ,  $EXPSPACE$ . Prime inclusioni tra classi di complessità:  $L \subseteq P \subseteq PSPACE \subseteq EXP \subseteq EXPSPACE$ . Coincidenza dei vincoli spaziale e temporale per la classe delle funzioni elementari. Teoremi di gerarchia temporale ( $P \neq EXP$ ) e spaziale ( $L \neq PSPACE \neq EXPSPACE$ ).
- Tempo non deterministico: le macchine di Turing non deterministiche. La classe di complessità  $NP$  e la nozione di certificato polinomiale. Esempi di problemi appartenenti alla classe  $NP$ : il problema  $SAT$  (di soddisfacibilità), il problema  $TSP$  (del commesso viaggiatore). Prime inclusioni per la classe  $NP$ :  $P \subseteq NP \subseteq EXP$ .
- Spazio non deterministico: le classi  $NL$  ed  $NPSPACE$ . Esempi: il problema  $PATH$  di accessibilità è un problema di  $NL$ . Il teorema di Savitch ed il metodo di accessibilità:  $PSPACE = NPSPACE$ ,  $EXPSPACE = NEXPSPACE$ .
- Relazioni note tra classi deterministiche e non deterministiche. Complementare di una classe di complessità. Esempi di problemi della classe  $coNP$ .
- Completezza: la nozione di riduzione polinomiale. Funzioni e circuiti booleani. Il problema  $CIRCSAT$  di soddisfacibilità di un circuito booleano, e la sua variante  $CIRCVAl$ . Dimostrazione della  $NP$ -completezza di  $CIRCSAT$  e di  $SAT$ .

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] TORTORA DE FALCO, L., *Appunti del corso distribuiti dal docente.*
- [2] PAPADIMITRIOU, C. H., *Computational Complexity.* Addison-Wesley Publishing Company,
- [3] SIPSER, M., *Introduction to the Theory of Computation.* PWS Publishing Company,

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

L'esame consiste in un seminario preparato dagli studenti suddivisi in gruppi su di un tema assegnato dal docente, da uno scritto e da un orale.