

AC1 Analisi Complessa

A.A. 2002/2003

Ugo Bessi

1. Il teorema di Cauchy

Operazioni con i numeri complessi; formula di Eulero. Definizione di funzione olomorfa; Cauchy-Riemann. Le applicazioni razionali fratte, la mappa di Koebe e altre applicazioni conformi notevoli. Serie di potenze e loro proprietà. L'esponenziale. Integrale di una funzione olomorfa lungo una curva. Il teorema di Cauchy e la formula integrale di Cauchy per gli aperti semplicemente connessi. Conseguenze: teorema di Liouville, teorema fondamentale dell'algebra, principio del massimo, principio d'identità delle funzioni olomorfe.

2. Il piano di Poincaré

Il lemma di Schwarz. Gli automorfismi del disco e la metrica di Poincaré. Le geodetiche della metrica di Poincaré. Le palle della metrica di Poincaré. Formula esplicita per la distanza iperbolica. Gli endomorfismi del disco sono contrazioni per la metrica di Poincaré.

3. Il teorema dei residui

La forma generale del teorema di Cauchy e le serie di Laurent. Il teorema dei residui; calcolo di alcuni integrali con i residui e rappresentazione del seno come produttoria. Il teorema dell'indicatore logaritmico. Conseguenza: le mappe olomorfe sono mappe aperte. Il teorema di Rouché.

4. Le funzioni armoniche

Una funzione armonica localmente è la parte reale di una funzione olomorfa. Principio della media e principio del massimo. Unicità per il problema di Dirichlet con valori al bordo fissati. Il nucleo di Poisson. Le funzioni continue con la proprietà della media sono armoniche. Il principio di riflessione di Schwarz. Il piccolo teorema di Picard.

5. Il prolungamento analitico

Una funzione che non si può estendere al di fuori del disco unità. Definizione di prolungamento analitico; il teorema di monodromia. La superficie di Riemann della radice e del logaritmo.

6. Il teorema della mappa di Riemann

La connessione tra funzioni olomorfe, mappe conformi e idrodinamica. Famiglie normali; la dimostrazione del teorema della mappa di Riemann. Il ruolo della semplice connessione: un esempio di due anelli non conformemente equivalenti.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] WALTER RUDIN, *Real and Complex Analysis*. McGraw Hill, ().
 [2] JOHN B. CONWAY, *Functions of one complex variable*. Springer, ().
 [3] , .

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [4] , . , ().
 [5] , . , ().

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO