

# GE5 Superfici di Riemann I

A.A. 2002/2003

prof. Edoardo Sernesi

1.

Superfici topologiche e superfici differenziabili. Costruzione di superfici compatte e connesse come quozienti di poligoni etichettati. Esempi: multitori, multipiani proiettivi; La bottiglia di Klein. Esistenza di nastri di Moebius e coppie del II tipo. Ogni superficie compatta e connessa quoziente di un poligono etichettato omeomorfa alla sfera o a un multitoro o a un multipiano proiettivo. Triangolazioni. Ogni superficie compatta connessa e triangolabile quoziente di un poligono etichettato. Esistenza di triangolazioni (solo enunciato). Caratteristica di Eulero-Poincare di una triangolazione di una superficie compatta. Invarianza della caratteristica. Calcolo della caratteristica della superficie quoziente di un poligono etichettato. Orientabilità. Classificazione delle superfici compatte e connesse.

Serie formali e serie di Laurent formali. L'anello delle serie convergenti. Zeri della funzione somma di una serie. Sostituzione di una serie in un'altra e sua convergenza. Serie derivata. Funzioni analitiche. Prime proprietà. Funzioni olomorfe. Le equazioni di Cauchy-Riemann. Ogni funzione analitica è olomorfa. Serie di Taylor. Primitive di una funzione analitica. Le funzioni trascendenti elementari. Le determinazioni del  $\log(w)$ . Principio del prolungamento analitico e principio d'identità. La serie binomiale. Isomorfismi analitici e isomorfismi analitici locali. L'inversa formale di una serie e sua convergenza. Condizione perché una funzione sia un isomorfismo analitico locale. Relazione tra ordine di una funzione e della sua derivata. Applicazione agli isomorfismi analitici locali. Il teorema dell'applicazione aperta. Singolarità isolate. Caratterizzazione delle singolarità eliminabili. Singolarità polari e singolarità essenziali. Ordine di zeri e di poli. Esempi.

Superfici di Riemann. La retta proiettiva. Tori complessi. Orientabilità delle superfici di Riemann. Applicazioni olomorfe tra superfici di Riemann e loro proprietà.  $\exp$  non si estende all'infinito. Il teorema fondamentale dell'algebra. Indice di ramificazione. Rivestimenti ramificati e loro proprietà geometriche. La formula di Riemann-Hurwitz. Funzioni meromorfe su una superficie di Riemann. Funzioni razionali sulla sfera di Riemann. Il teorema di Liouville. Il teorema delle funzioni implicite. Cenni su risultanti e discriminanti. Funzioni algebriche e loro esistenza. La superficie di Riemann di una curva algebrica piana. Calcolo del genere nel caso nonsingolare (cenni). Esistenza di

funzioni meromorfe non costanti.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] E. SERNESI, *Appunti del corso di Istituzioni di Geometria Superiore* . in rete, ().  
 [2] S. LANG, *Complex Analysis, Springer GTM* . Springer Verlag, ().

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] G.A. JONES - D. SINGERMAN, *Complex functions, An algebraic and geometric viewpoint*. Cambridge U.P.,  
 [4] , . , ().

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO