

GE5 Superfici di Riemann I

A.A. 2003/2004

prof. Edoardo Sernesi

1.

Superfici topologiche e superfici differenziabili. Costruzione di superfici compatte e connesse come quozienti di poligoni etichettati. Esempi: multitori, multipiani proiettivi; La bottiglia di Klein. Esistenza di nastri di Moebius e coppie del II tipo. Ogni superficie compatta e connessa quoziente di un poligono etichettato omeomorfa alla sfera o a un multitoro o a un multipiano proiettivo. Triangolazioni. Ogni superficie compatta connessa e triangolabile quoziente di un poligono etichettato. Esistenza di triangolazioni (solo enunciato). Caratteristica di Eulero-Poincare di una triangolazione di una superficie compatta. Invarianza della caratteristica. Calcolo della caratteristica della superficie quoziente di un poligono etichettato. Orientabilità. Classificazione delle superfici compatte e connesse.

Serie formali e serie di Laurent formali. L'anello delle serie convergenti. Zeri della funzione somma di una serie. Sostituzione di una serie in un'altra e sua convergenza. Serie derivata. Funzioni analitiche. Prime proprietà. Funzioni olomorfe. Le equazioni di Cauchy-Riemann. Ogni funzione analitica è olomorfa. Serie di Taylor. Primitive di una funzione analitica. Le funzioni trascendenti elementari. Le determinazioni del $\log(w)$. Principio del prolungamento analitico e principio d'identità. La serie binomiale. Isomorfismi analitici e isomorfismi analitici locali. L'inversa formale di una serie e sua convergenza. Condizione perché una funzione sia un isomorfismo analitico locale. Relazione tra ordine di una funzione e della sua derivata. Applicazione agli isomorfismi analitici locali. Il teorema dell'applicazione aperta. Singolarità isolate. Singolarità eliminabili, Singolarità polari e singolarità essenziali. Ordine di zeri e di poli. Esempi.

Superfici di Riemann. La retta proiettiva. Tori complessi. Orientabilità delle superfici di Riemann. Applicazioni olomorfe tra superfici di Riemann e loro proprietà. \exp non si estende all'infinito. Il teorema fondamentale dell'algebra. Indice di ramificazione. Rivestimenti ramificati e loro proprietà geometriche. La formula di Riemann-Hurwitz. Funzioni meromorfe su una superficie di Riemann. Funzioni razionali sulla sfera di Riemann. Il teorema di Liouville. Il teorema delle funzioni implicite. Cenni su risultanti e discriminanti. Funzioni algebriche e loro esistenza. La superficie di Riemann di una curva algebrica piana. Calcolo del genere nel caso nonsingolare (cenni). Esistenza di funzioni meromorfe non costanti.

Funzioni ellittiche. Corrispondenza con le funzioni meromorfe sul toro definito dal reticolo dei periodi. La funzione \wp di Weierstrass e sue proprietà. Le serie di Eisenstein. La cubica piana parametrizzata da \wp e da \wp' .

TESTI CONSIGLIATI

- [1] E. SERNESI, *Appunti del corso GE5 a.a. 2003/2004* . in rete, ().
 [2] S. LANG, *Complex Analysis, Springer GTM* . Springer Verlag, ().

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] G.A. JONES - D. SINGERMAN, *Complex functions, An algebraic and geometric viewpoint*. Cambridge U.P.,
 [4] , . , ().

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO