

FM3 Meccanica lagrangiana ed hamiltoniana

A.A. 2004/2005

Guido Gentile

1. Vincoli

Gradi di libertà e sistemi vincolati. Vincoli olonomi e anolonomi. Vincoli indipendenti e regolari. Superficie di vincolo. Traiettorie virtuali. Principio di d'Alembert. Vincoli di mobilità e vincoli anolonomi integrabili. Richiami sui sistemi rigidi e sull'operatore d'inerzia.

2. Meccanica lagrangiana

Sistemi lagrangiani. Equazioni di Eulero-Lagrange. Primo principio variazionale di Hamilton (principio di minima azione): equivalenza tra equazione di Newton ed equazioni di Eulero-Lagrange. Coordinate generalizzate e lagrangiana vincolata. Formalismo lagrangiano per sistemi vincolati: equivalenza tra equazione di Newton supplementata dal principio di d'Alembert ed equazioni di Eulero-Lagrange per sistemi vincolati. Formalismo lagrangiano per moti su varietà. Pendolo doppio e pendolo con perno oscillante. Cenni sull'equazione di Mathieu.

3. Studio dei sistemi lagrangiani

Sistemi indipendenti dal tempo. Energia. Configurazioni d'equilibrio: studio della stabilità. Teorema di Dirichlet. Variabile cicliche e momenti conservati. Metodo di Routh e lagrangiana ridotta. Applicazione al problema dei due corpi. calcolo delle forze vincolari.

4. Simmetrie e costanti del moto

Gruppi a un parametro di diffeomorfismi. Trasformazioni di coordinate e loro sollevamenti. Campi vettoriali, momenti conservati e momenti coniugati. Gruppi di simmetrie a un parametro: teorema di Noether. Gruppi di simmetrie a più parametri: teorema di Noether nel caso di gruppi di simmetrie a più parametri.

5. Teoria delle piccole oscillazioni

Linearizzazione. Lagrangiana quadratica. Piccole oscillazioni e oscillazioni proprie. Frequenze normali ed equazione caratteristica. Piccole oscillazioni per sistemi vincolati.

6. Meccanica hamiltoniana

Spazio delle fasi. Trasformate di Legendre. Equazioni di Hamilton. Secondo principio variazionale di Hamilton. Campo vettoriale hamiltoniano. Teorema di Liouville. Teorema del ritorno di Poincaré.

7. Trasformazioni canoniche

Trasformazioni di coordinate nello spazio delle fasi. Matrici simplettiche. Determinante delle matrici simplettiche. Trasformazioni che conservano la struttura canonica. Trasformazioni canoniche e trasformazioni simplettiche. Trasformazioni indipendenti e dipendenti dal tempo. Parentesi di Poisson e loro proprietà: bilinearità, antisimmetria e identità di Jacobi. Parentesi di Poisson fondamentali e integrali primi. Caratterizzazione delle trasformazioni canoniche in termini delle parentesi di Poisson. Richiami sulle forme differenziali. Invariante integrale di Poincaré-Cartan. Condizione di Lie.

8. Funzioni generatrici

Funzioni generatrici indipendenti e dipendenti dal tempo. Funzioni generatrici di prima e seconda specie. Funzione generatrice dell'identità. Estensione di un cambiamento di coordinate a una trasformazione simplettica nello spazio delle fasi. Flusso hamiltoniano come trasformazione canonica.

9. Metodo di Hamilton-Jacobi

Equazione di Hamilton-Jacobi. Integrale generale e integrale completo. Funzione principale di Hamilton. Funzione caratteristica di Hamilton. Sistemi unidimensionali e problemi di non località. Sistemi separabili.

10. Variabili azione-angolo

Variabili azione-angolo. Sistemi unidimensionali. Sistemi a più dimensioni: teorema di Liouville-Arnol'd (solo enunciato). Caso dei sistemi separabili. Dimostrazione del teorema di Liouville-Arnol'd per sistemi separabili. Coordinate ellittiche. Sistemi completamente integrabili. Cenni di teoria delle perturbazioni: sistemi quasi-integrabili e teoria KAM.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] G. GENTILE, Introduzione ai sistemi dinamici. Equazioni differenziali ordinarie, analisi qualitativa e alcune applicazioni. Disponibile in rete: <http://www.mat.uniroma3.it>, (2002).
- [2] G. GENTILE, Introduzione ai sistemi dinamici. Meccanica lagrangiana e hamiltoniana. Disponibile in rete: <http://www.mat.uniroma3.it>, (2005).
- [3] L. BENFATTO, R. RAIMONDI, E. SCOPPOLA, Meccanica hamiltoniana. Disponibile in rete: <http://www.mat.uniroma3.it>,
- [4] G. DELL'ANTONIO, *Elementi di Meccanica*. Liguori Editore, (1996).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [5] V.I. ARNOL'D, *Metodi Matematici della Meccanica Classica*. Editori Riuniti, (1979).
- [6] G. GALLAVOTTI, *Meccanica Elementare*. Bollati-Boringhieri, (1980).
- [7] L.D. LANDAU & E.M. LIFSHITZ, *Meccanica*. Editori Riuniti, (1976).
- [8] A. FASANO & S. MARMI, *Meccanica analitica*. Bollati Boringhieri, (1994).
- [9] T. LEVI-CIVITA & U. AMALDI, *Lezioni di Meccanica Elementare*. Zanichelli, (1947).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto <input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale <input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

L'esame consiste in una prova scritta, comprendente anche domande di tipo teorico ed eventualmente sostituita da prove di valutazione parziale (“esoneri”) durante lo svolgimento del corso, e in un colloquio orale facoltativo.