

MC2 Matematiche Complementari 2, teoria assiomatica degli insiemi

A.A. 2004/2005

Prof. V. Michele Abrusci

1. Assiomi di Zermelo-Fraenkel e loro conseguenze, I

Assioma di estensionalita', assioma della somma (o della riunione), assioma della potenza, assioma di rimpiazzamento. Proprietà alle quali corrisponde un insieme, e proprietà alle quali non corrisponde un insieme. Principali operazioni sugli insiemi.

2. Ordini, buoni ordini, ordinali. Assioma dell'infinito

Relazioni d'ordine e relazioni di buon ordine. Insiemi ordinati e insiemi bene ordinati. Ordinali e la collezione degli ordinali. La classificazione degli ordinali in 0, successori e limiti. L'assioma dell'infinito (esistenza di ordinali limiti). Isomorfismo tra insiemi bene ordinati e ordinali, e tra collezioni bene ordinate e la collezione degli ordinali. Teorema di induzione e teorema di recursione su un ordinale e sulla collezione degli ordinali. Principali operazioni sugli ordinali.

3. Assioma di scelta. Cardinali

Alcune equivalenti formulazioni dell'assioma di scelta. Uso dell'assioma di scelta nella pratica matematica. Cardinali e collezione dei cardinali. Cardinali di un insieme (sotto l'assioma di scelta). Teoremi di Bernstein e di Cantor. Principali operazioni sui cardinali. Insiemi finiti e cardinali finiti. Insiemi infiniti e cardinali infiniti. Insiemi numerabili e cardinali numerabili. Gli aleph. L'ipotesi del continuo di Cantor e l'ipotesi generalizzata del continuo. I cardinali inaccessibili.

4. La gerarchia V e l'assioma di fondazione

La gerarchia V. Insiemi transitivi e insiemi riflessivi. L'assioma di Fondazione. Equivalenza tra Assioma di Fondazione e l'assioma "per ogni x , $V(x)$ ".

5. Dimostrazioni di non-contraddittorietà relative

Schema generale delle dimostrazioni di non-contraddittorietà relative. Principali risultati di non-contraddittorietà relativa nella teoria degli insiemi, in particolare non-contraddittorietà relativa dell'assioma di scelta e dell'ipotesi generale del continuo mediante la gerarchia degli insiemi costruibili.

TESTI CONSIGLIATI

[1] JEAN-LOUIS KRIVINE, *Théorie des ensembles*. Cassini, (1998).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO