

AM2 Analisi (2^o Modulo)

A.A. 2005/2006

Prof. Gianni Mancini

Funzioni di variabile reale

1. Successioni e serie di funzioni.

Successioni di funzioni: convergenza puntuale, uniforme. Il criterio di Cauchy.

La continuità si conserva nel limite uniforme. Teorema di passaggio al limite sotto segno di integrale, derivazione termine a termine. Passaggio al limite nel caso degli integrali impropri: l'ipotesi di equidominanza, derivazione sotto segno di integrale.

Passaggio al limite in integrali impropri senza ipotesi di equidominanza ed una applicazione al calcolo di $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$.

Teoremi di Dini, di Ascoli-Arzelá (cenni).

Serie di funzioni, convergenza puntuale, uniforme, totale. Integrazione, derivazione termine a termine.

Serie di potenze in campo reale, raggio di convergenza, totale convergenza. Serie derivata, la somma di una serie di potenze é C^{∞} .

Sviluppabilità in serie di potenze, serie di Taylor delle principali funzioni elementari. Funzioni analitiche, la somma di una serie di potenze é analitica.

Serie di potenze nel campo complesso, continuità, derivabilità (in C) della somma di una serie di potenze.

Funzione esponenziale, funzioni circolari, iperboliche in campo complesso.

Prodotto secondo Cauchy, proprietà di omomorfismo dell'esponenziale complesso.

Le formule di Eulero.

Logaritmo e potenze nel campo complesso.

2. Funzioni di due o piú variabili: continuità, differenziabilità

Struttura algebrica, prodotto scalare in R^n , disuguaglianza di Cauchy-Schwartz. Norma e metrica in R^2 . Successioni convergenti. Insiemi aperti, chiusi, compatti; chiusura e frontiera di un insieme.

Limiti di funzioni, continuità; caratterizzazione mediante successioni. I teoremi di Weierstrass e di Heine-Cantor. Insiemi connessi per archi, teorema del valore intermedio.

Derivate parziali, derivate direzionali (non implicano la continuità). Funzioni lineari, differenziabilità, vettore gradiente. La differenziabilità implica parziale derivabilità (ma non viceversa), le funzioni C^1 sono differenziabili. Significato geometrico di differenziale, di gradiente, piano tangente.

Il teorema del valor medio, funzioni a gradiente nullo.

Cammini differenziabili, derivazione di una funzione lungo un cammino differenziabile.

Derivate successive, il teorema di Schwartz. La matrice Hessiana.

Forme quadratiche associate a matrici simmetriche, forme definite, semidefinite, caratterizzazione variazionale degli autovalori; forme quadratiche e segno degli autovalori.

La formula di Taylor al secondo ordine. Massimi e minimi liberi, condizioni necessarie/sufficienti.

Funzioni implicite e teorema del Dini, il principio dei moltiplicatori di Lagrange.

3. Funzioni di due o piú variabili: Integrazione

Integrazione su rettangoli: somme di Riemann, integrale inferiore/superiore, integrabilit . Integrabilit  delle funzioni continue (Teorema di Riemann). Insiemi di misura nulla (in senso stretto), esempi. Estensione del Teorema di Riemann alle funzioni che hanno un insieme di punti di discontinuit  di misura nulla in senso stretto. Insiemi di misura nulla secondo Lebesgue e Teorema di Lebesgue-Vitali (enunciato).

Propriet  dell'integrale: linearit , positivit , monotonia, additivit .

Diseguaglianze integrali, il Teorema della media integrale.

Integrali dipendenti da parametro, dipendenza continua, derivazione sotto segno di integrale.

Il Teorema di Fubini per funzioni continue. Un'applicazione: calcolo di $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$.

Insiemi misurabili: sono misurabili gli insiemi limitati aventi frontiera di misura nulla. Esempi. Un insieme limitato   misurabile se e solo la sua funzione caratteristica   integrabile sui rettangoli che lo contengono. Integrabilit  ed integrale su insiemi misurabili, le funzioni continue sono integrabili sui misurabili.

Domini normali (in due, tre dimensioni) e formule di riduzione per integrali di funzioni continue su domini normali.

Formula di integrazione per parti. L'integrale (di $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^N)$)   invariante per traslazione, l'effetto dei cambiamenti di scala.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] MARCELLINI P., C. SBORDONE, *Elementi di Analisi Matematica due*. Liguori, (2001).
 [2] L.CHERCHIA, *Lezioni di Analisi Matematica 2*. Aracne, (1997).
 [3] ENRICO GIUSTI, *Analisi Matematica II*. Boringhieri, (1996).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [4] SILOV, *Analisi Matematica*. Editori Riuniti, (1978).
 [5] MARSDEN-WEINSTEIN, *Calculus II*. Springer, (1991).
 [6] BRAMANTI-PAGANI-SALSA, *Matematica*. Zanichelli, (2000).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (Discussione orale degli elaborati)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO