

# AM2 Analisi secondo modulo

A.A. 2006/2007

Prof. Giovanni Mancini

Funzioni di variabile reale

## 1. Successioni e serie di funzioni.

Successioni di funzioni reali di una variabile reale: convergenza puntuale, uniforme. Il criterio di Cauchy. La continuità si conserva nel limite uniforme. Teorema di passaggio al limite sotto segno di integrale, derivazione termine a termine, derivazione sotto segno di integrale. Equidominanza e passaggio al limite negli integrali impropri. Una applicazione al calcolo di  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ . Teoremi di Dini, di Ascoli-Arzelá (cenni).

Serie di funzioni, convergenza puntuale, uniforme, totale. Integrazione, derivazione termine a termine. Serie di potenze in campo reale, raggio di convergenza, totale convergenza. Serie derivata, la somma di una serie di potenze é  $C^\infty$ . Sviluppabilità in serie di potenze, serie di Taylor delle principali funzioni elementari.

Funzioni analitiche, la somma di una serie di potenze é analitica.

Serie di potenze nel campo complesso. Funzione esponenziale, circolari, iperboliche in  $C$ . Prodotto secondo Cauchy, proprietà di omomorfismo dell'esponenziale complesso. Le formule di Eulero. Logaritmo e potenze nel campo complesso.

## 2. Funzioni reali di due o piú variabili reali: continuità, differenziabilità

Struttura algebrica, prodotto scalare in  $R^n$ , disuguaglianza di Cauchy-Schwartz. Norma e metrica in  $R^n$ . Successioni convergenti. Insiemi aperti, chiusi, compatti; chiusura e frontiera di un insieme. Limiti di funzioni, continuità; caratterizzazione mediante successioni. I teoremi di Weierstrass e di Heine-Cantor. Insiemi connessi per archi, teorema del valore intermedio.

Derivate parziali, direzionali. Funzioni lineari, differenziabilità, vettore gradiente. La differenziabilità implica parziale derivabilità (ma non viceversa), le funzioni  $C^1$  sono differenziabili. Significato geometrico di differenziale, di gradiente, piano tangente.

Il teorema del valor medio, funzioni a gradiente nullo. Derivazione lungo un cammino differenziabile.

Derivate successive, il teorema di Schwartz. La matrice Hessiana. Matrici simmetriche e forme quadratiche associate: definitezza, semidefinitezza e segno degli autovalori. La formula di Taylor al secondo ordine. Massimi e minimi liberi, condizioni necessarie/sufficienti.

Funzioni implicite e teorema del Dini (scalare). Massimi e minimi vincolati ed il principio dei moltiplicatori di Lagrange.

## 3. Funzioni a valori vettoriali

Continuitá, differenziabilitá, matrice Jacobiana. Regola della catena. Il teorema del Dini per sistemi di equazioni non lineari. Il teorema dell'inverso locale.

Spazi metrici, insiemi aperti/chiusi, convergenza, caratterizzazione sequenziale dei chiusi. Completezza.

Spazi di Banach.  $C(K, R^n)$ , dotato della norma della convergenza uniforme, é un Banach. Integrali dipendenti da parametri, derivazione sotto segno di integrale.

Funzioni continue tra spazi metrici, contrazioni. Il Teorema delle contrazioni.

Sistemi di equazioni differenziali ordinarie, esistenza ed unicitá locale per il problema di Cauchy. Dipendenza continua dai dati. Prolungabilitá, esistenza globale.

Cenno della dimostrazione del teorema del Dini vettoriale, del teorema dell'inverso locale.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] MARCELLINI P., C. SBORDONE, *Elementi di Analisi Matematica due*. Liguori, (2001).
- [2] L. CHIERCHIA, *Lezioni di Analisi Matematica 2*. Aracne, (1997).
- [3] ENRICO GIUSTI, *Analisi Matematica II*. Boringhieri, (1996).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [4] SILOV, *Analisi Matematica*. Editori Riuniti, (1978).
- [5] MARSDEN-WEINSTEIN, *Calculus II*. Springer, (1991).
- [6] BRAMANTI-PAGANI-SALSA, *Matematica*. Zanichelli, (2000).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO