

# AM5 Teoria della misura e spazi funzionali

## A.A. 2008/2009

Ugo Bessi

### 1. Teoria della misura astratta

Definizione di sigma-algebra, di misura, di funzione misurabile, di integrale di una funzione misurabile. Teoremi di convergenza monotona e dominata.

Relazione tra convergenza quasi uniforme, in misura, quasi ovunque e  $L^1$ .

### 2. Il teorema di differenziazione di Lebesgue

Definizione delle misure di Radon; le misure di Radon in  $R^n$  sono regolari. Lemma di ricoprimento di Vitali (enunciato); densità di una misura rispetto a un'altra; dimostrazione del teorema di Lebesgue-Radon Nikodym. Conseguenze del teorema di differenziazione: punti di densità di un insieme, decomposizione di Lebesgue in parte singolare e assolutamente continua, differenziabilità quasi ovunque delle funzioni monotone.

### 3. Spazi $L^p$

Definizione di  $L^p$ ; disuguaglianze di Jensen, Hölder e Minkowski. Operatori lineari limitati; spazi duali; il duale è uno spazio di Banach. Teorema di Radon-Nikodym astratto; il duale di  $L^p$  è  $L^q$ .

### 4. Misure a valori complessi, etc.

Le misure a valori complessi; la variazione totale; decomposizione polare di una misura; decomposizione di Jordan. Definizione della misura esterna; misurabilità secondo Carathéodory. Il teorema di rappresentazione di Riesz. Misure su un'algebra; il teorema di estensione di Carathéodory.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] LUIGI AMBROSIO, *Corso introduttivo alla teoria delle funzioni BV.* dispense fotocopiate, ().
- [2] W. RUDIN, *Real and Complex Analysis.* Tata McGraw Hill, (1983).
- [3] ROYDEN, *Real Analysis.*

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO