

CP3 Argomenti scelti di probabilità

A.A. 2008/2009

Prof. Elisabetta Scoppola

1. Martingale

Aspettazioni condizionate, filtrazioni, processi adattati, martingale, supermartingale e submartingale, giochi onesti, processi prevedibili, strategie di gioco, tempi di arresto, supermartingale arrestate, teorema di Doob, esempio del semplice random walk. ([W] cap. 9 e 10)

Lemma di Doob sugli upcrossing, teorema di convergenza di Doob e suo corollario. ([W] cap. 11)

Martingale in L^2 , somme di variabili indipendenti in L^2 a media nulla, teorema delle tre serie di Kolmogorov, lemma di Cesaro, lemma di Kronecker, legge forte sotto ipotesi sulla varianza, lemma del troncamento di Kolmogorov, legge forte dei grandi numeri di Kolmogorov, decomposizione di Doob, il processo $\langle M \rangle$, convergenza di M e finitezza di $\langle M \rangle_\infty$, una legge forte banale per martingale in L^2 , estensione di Levy dei lemmi di Borel-Cantelli. ([W] capitolo 12)

Martingale uniformemente integrabili, disuguaglianza di Doob per submartingale. Applicazioni. ([W] cap 14)

2. Catene di Markov

Proprietà di Markov, catene di Markov e loro simulazione. ([H] cap. 2 e 3)

Catene irriducibili e aperiodiche, distribuzione stazionaria, esistenza e unicità, teorema di convergenza ([H] cap. 4 e 5)

Catene reversibili, Markov chains Monte Carlo, applicazioni, convergenza veloce per il q -coloring. ([H] cap. 6, 7, 8)

Catene di Markov a tempo continuo, processo di Poisson, semigrupperi e generatori, forma di Dirichlet associata a semigruppero, gap spettrale, convergenza all'equilibrio. ([L] cap. 6 e 7 e [SC] cap. 1 e 2)

3. Seminari

- Catene di Markov e reti elettriche
- Simulated annealing
- Problema di Dirichlet e random walk
- Dinamica di Glauber e metastabilità

TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. WILLIAMS, *Probability with martingales*. Cambridge Un.P., (2000).
- [2] O.HÄGGSTRÖM, *Finite Markov chains and algorithmic application*. Cambridge Un.P., (2002).
- [3] J.LAMPERTI, *Stochastic processes*. Springer, (1977).
- [4] L.SALOFF-COSTE, *Lectures on Probability theory and statistics - Saint-Flour*. Springer, (1997).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO