

# AM6 Principi dell'analisi funzionale

A.A. 2009/2010

Prof. Ugo Bessi

## 1. Spazi di Banach, operatori lineari e convessità

Definizione di spazio normato, di spazio di Banach; gli operatori lineari continui. I duali sono spazi di Banach. Spazi di Hilbert; proiezioni ortogonali sui sottospazi chiusi; supplementari negli spazi di Hilbert. Gli spazi di Hilbert sono isometrici al proprio duale. Le seminorme; i convessi e i loro funzionali di Minkowski. Teorema di Hahn-Banach. Il duale di  $L^p(0, 1)$  per  $p \in (0, 1)$  è ridotto al solo zero.

## 2. La completezza

Il teorema di Baire. Banach Steinhaus e il principio di uniforme limitatezza. Teorema della mappa aperta e del grafico chiuso. Condizioni perché un sottospazio di uno spazio di Banach sia complementato. Un sottospazio non complementato di  $l^1$ .

## 3. Topologie deboli

Le topologie deboli e deboli\*. I convessi chiusi sono debolmente chiusi. Il teorema di Banach-Alaoglu. La derivata debole in una dimensione. Spazi di Sobolev in una dimensione. I problemi ai limiti in una dimensione e la loro formulazione debole. Caratterizzazione variazionale delle soluzioni deboli. Esistenza del minimo mediante Banach-Alaoglu. Compattezza dell'operatore dato-soluzione.

## 4. Teoria spettrale

Definizione di spettro puntuale, continuo e residuo. Gli operatori invertibili formano un aperto; lo spettro è un compatto del piano complesso. Raggio spettrale; lo spettro non è mai vuoto. Teorema spettrale per gli operatori compatti; il caso degli operatori compatti autoaggiunti su uno spazio di Hilbert.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] H. BREZIS, *Analisi Funzionale*. Liguori (1986).  
[2] W. RUDIN, *Functional Analysis*. Tata McGraw-Hill (1989).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO