

## CP3 Argomenti scelti di probabilità

A.A. 2009/2010

Prof. Elisabetta Scoppola

### 1. Catene di Markov: definizioni e risultati fondamentali

Proprietà di Markov, catene di Markov e loro simulazione. Catene irriducibili e aperiodiche, distribuzione stazionaria, esistenza e unicità, teorema di convergenza. Catene reversibili ([H] cap. 2, 3, 4, 5 e 6)

### 2. Markov Chain Monte Carlo

Markov chains Monte Carlo, applicazioni, convergenza veloce per il q-coloring. ([H] cap. 6, 7, 8)  
Mescolamento delle carte "top in at random" e cutoff, cenni sul "riffle shuffles" ([AD])  
Counting approssimato. Algoritmo di Propp-Wilson. Sandwiching ([H] cap. 9, 10 e 11)

### 3. Reti elettriche e catene di Markov

Funzioni armoniche e principio del massimo. Interpretazione probabilistica di potenziale e corrente, resistenza effettiva e probabilità di fuga. Energia dissipata, principio di Thomson, legge di monotonia di Rayleigh. ([D-S] cap 1, [G] cap 1, 2, 3)

### 4. Catene di Markov: studio della convergenza all'equilibrio

Catene di Markov a tempo continuo, processo di Poisson, semigruppì e generatori ([L] cap. 6 e 7).  
Forma di Dirichlet associata al semigruppì, gap spettrale, convergenza all'equilibrio. ([S-C] cap. 2.1, 2.4.1)  
Strumenti geometrici, disuguaglianza di Poincarè, costante isoperimetrica, colli di bottiglia ([S-C] cap 3.1, 3.2, 3.3.1 e [P] cap 5.3)

### 5. Metastabilità

Fenomenologia, hamiltoniana di Ising, modello di Curie-Weiss ([Cass]). Modello di Ising in  $Z^2$ , esistenza di una taglia critica, dinamica di Metropolis ([NS]). Alcuni aspetti della metastabilità in passeggiata aleatoria unidimensionale. Studio del tempo di tunneling in probabilità, in  $L^1$  ed in distribuzione ([OS]). Approccio alla metastabilità con la teoria del potenziale ([BM]).

## 6. Teoria di Freidlin e Wentzell per catene di Markov

Piccole perturbazioni casuali di sistemi dinamici (cenni), catene di Markov in regime di grandi deviazioni. Tecnica dei  $W$ -grafi. Risultati su misura invariante, uscita da un dominio, autovalori del generatore. ([FW] cap. 6.3)

## 7. Seminari

- Simulated annealing
- Cutoff e mescolamento delle carte
- Dinamica di Glauber e metastabilità
- Colli di bottiglia nel problema della clique
- Proprietà di ricorrenza delle passeggiate aleatorie
- Grandi deviazioni

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. WILLIAMS, *Probability with martingales*. Cambridge Un.P. (2000).
- [2] O.HÄGGSTRÖM, *Finite Markov chains and algorithmic application*. Cambridge Un.P. (2002).
- [3] J.LAMPERTI, *Stochastic processes*. Springer (1977).
- [4] L.SALOFF-COSTE, *Lectures on Probability theory and statistics - Saint-Flour*. Springer (1997).
- [5] P.G.DOYLE, J.L. SNELL, *Random walks and electric networks*. Carus Mathematical Monographs 22 (1984).
- [6] A.GAUDILLIÈRE, *Condensers physics applied to Markov chains*. Lect. Notes XII Escola Brasileira de Probabilidade (2008).
- [7] Y. PERES, *Mixing for Markov chains and spin systems*.  
<http://www.stat.berkeley.edu/~peres/ubc.pdf> (2005).
- [8] D.ALDOUS, P.DIACONIS, *Shuffling cards and stopping times*. Amer. Math'l Monthly, 93 5:333-348.  
<http://www-stat.stanford.edu/~cgates/PERSI/papers/aldous86.pdf> (1986).
- [9] F. DEN HOLLANDER, *Large deviations*. American Mathematical Society (2000).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

### MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO