

FM7 Metodi probabilistici in fisica matematica

A.A. 2009/2010

Dr. Alessandro Giuliani

Meccanica statistica

1. Richiami di termodinamica: primo e secondo principio della termodinamica, funzioni termodinamiche, relazioni di Maxwell; diagramma di fase, coesistenza di fase, transizioni di fase del primo ordine e di ordine superiore; stabilità termodinamica, proprietà di convessità delle funzioni termodinamiche, trasformazione di Legendre e funzioni termodinamiche coniugate.
2. I principi della meccanica statistica: ipotesi ergodica, ensemble statistico microcanonico. L'ensemble canonico. Nozione di ortodicità di un ensemble statistico. Ortodicità degli ensemble canonico e microcanonico. Potenziali stabili e temperati.
3. Soluzione esatta del gas libero (sia nel canonico che nel microcanonico) ed equazione di stato del gas perfetto.
4. Equivalenza tra gli ensemble microcanonico, canonico e grancanonico. Altri ensemble ortodici equivalenti.
5. Esistenza del limite termodinamico per entropia, energia libera e pressione: (parte I) dimostrazione dell'esistenza del limite termodinamico per la pressione grancanonica; (parte II) dimostrazione dell'esistenza del limite termodinamico per l'entropia microcanonica; (parte III) dimostrazione dell'equivalenza tra entropia microcanonica e energia libera canonica.
6. Definizione di misura di Gibbs grancanonica a volume infinito: distribuzioni locali, funzioni di correlazione e condizioni di compatibilità. Struttura generale dello spazio delle misure di Gibbs a parametri termodinamici fissati: stati estremali e stati puri; condizione di clustering per le funzioni di correlazione.
7. Modelli di gas su reticolo e modelli di spin. Il modello di Ising in 1D: calcolo dell'energia libera magnetica e delle correlazioni con la matrice di trasferimento. Assenza di transizione di fase.
8. Il modello di Ising in campo medio. Soluzione esatta: calcolo dell'energia libera e delle correlazioni. Esistenza di una transizione di fase. Fluttuazioni gaussiane della magnetizzazione fuori dal punto critico. Fluttuazioni anomale al punto di transizione del second'ordine. Esponenti critici di campo medio.

9. Il modello di Ising 2D: la soluzione di Onsager (senza dimostrazione). Discussione qualitativa del diagramma di fase: esistenza di una transizione di fase. Rappresentazione geometrica in contorni di alta e bassa temperatura. Dualita'. Calcolo della temperatura critica. L'argomento di Peierls: instabilita' rispetto alle condizioni al bordo a bassa temperatura. Disuguaglianza di Griffiths. Esistenza della misura di Gibbs di volume infinito con condizioni al bordo +; proprieta' di clustering delle correlazioni della fase +. Espansione di bassa temperatura per l'energia libera e le correlazioni. Cluster expansion.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] G. GALLAVOTTI, *Statistical Mechanics. A short treatise*. Springer-Verlag (1999).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [2] D. RUELLE, *STATISTICAL MECHANICS - Rigorous Results*. World Scientific (1999).
 [3] D. RUELLE, *Thermodynamic formalism*. Cambridge University Press (2004).
 [4] L. D. LANDAU, E. M. LIFSCHITZ, *Physique Statistique*. MIR, Moscow (1984).
 [5] K. HUANG, *Statistical Mechanics*. Wiley and Sons (1987).
 [6] G. GALLAVOTTI, F. BONETTO E G. GENTILE, *Aspects of the ergodic, qualitative and statistical theory of motion*. Springer-Verlag (2004).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO

Esonero (da risolvere a casa): dimostrazione dettagliata del teorema di esistenza del limite termodinamico per l'entropia microcanonica, nel caso di potenziale liscio, positivo e a portata finita; dimostrazione dettagliata dell'equivalenza tra entropia microcanonica e energia libera canonica.

Argomenti dell'esame orale: programma completo del corso piu' un argomento di approfondimento, da concordare con il docente.