

# CP420 Argomenti scelti di probabilità

A.A. 2010/2011

Prof. Elisabetta Scoppola

## 1. Catene di Markov: definizioni e risultati fondamentali

Proprietà di Markov, catene di Markov e loro simulazione. Catene irriducibili e aperiodiche, distribuzione stazionaria, esistenza e unicità, teorema di convergenza. Catene reversibili ([H] cap. 2, 3, 4, 5 e 6)

## 2. Markov Chain Monte Carlo

Markov chains Monte Carlo, applicazioni, convergenza veloce per il q-coloring. Counting approssimato. ([H] cap. 6, 7, 8, 9)  
Mescolamento delle carte "top in at random" e cutoff, cenni sul "riffle shuffles" ([AD])

## 3. Catene di Markov a tempo continuo

Q-matrici, processi a tempo continuo, processo di Poisson, processo di nascita e morte, catena di salto e tempi di permanenza, generatore e semigruppato, esplosione, equazione forward e backward, distribuzione invariante, convergenza all'equilibrio. ([N] cap. 2 e 3).

## 4. Catene di Markov: studio della convergenza all'equilibrio

Forma di Dirichlet associata al semigruppato, gap spettrale, convergenza all'equilibrio in  $l^2(\pi)$  nel caso reversibile. ([S-C] cap. 2.1, 2.4.1, [MT] cap 1)  
Strumenti geometrici, insiemi di edges adattati, disuguaglianza di Poincaré, random walk sull'ipercubo. Costante isoperimetrica, colli di bottiglia. Tempo di mixing. ([S-C] cap 3.1, 3.2, 3.3.1 e [P] cap 5.3, vd anche [MT] cap 3). Applicazione al problema della clique ([J]).

## 5. Reti elettriche e catene di Markov

Funzioni armoniche e principio del massimo. Interpretazione probabilistica di potenziale e corrente, resistenza effettiva e probabilità di fuga. Energia dissipata, principio di Thomson, legge di monotonia di Rayleigh. ([D-S] cap 1, vd. anche [G])

## 6. Metastabilità

Fenomenologia, hamiltoniana di Ising, modello di Curie-Weiss ([Mont]). Modello di Ising in  $Z^2$ , esistenza di una taglia critica, dinamica di Metropolis. Alcuni aspetti della metastabilità in passeggiata aleatoria unidimensionale. Studio del tempo di tunneling in probabilità, in  $L^1$  ed in distribuzione ([OS]).

## 7. Seminari

Proprietà di ricorrenza di RW

Convergenza all'equilibrio e costante log-Sobolev

Metastabilità

Grafi random e clique

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] O.HÄGGSTRÖM, *Finite Markov chains and algorithmic application*. Cambridge Un.P., (2002).
- [2] D.ALDOS, P.DIACONIS, *Shuffling cards and stopping times*. Amer. Math'l Monthly, 93 5:333-348. <http://www-stat.stanford.edu/~cgates/PERSI/papers/aldous86.pdf>, (1986).
- [3] J.R.NORRIS, *Markov Chains*. Cambridge Univ. Press, (2008).
- [4] L.SALOFF-COSTE, *Lectures on Probability theory and statistics - Saint-Flour*. Springer, (1997).
- [5] Y. PERES, *Mixing for Markov chains and spin systems*. <http://www.stat.berkeley.edu/~peres/ubc.pdf>, (2005).
- [6] R.MONTENEGRO, P.TETALI, *Mathematical aspects of mixing times in Markov Chains*. now, ().
- [7] M.JERRUM, *Large cliques elude the Metropolis Process*. Random structures and algorithms, 3, 347-359, (1992).
- [8] P.G.DOYLE, J.L. SNELL, *Random walks and electric networks*. Carus Mathematical Monographs 22, (1984).
- [9] A.GAUDILLIÈRE, *Condensers physics applied to Markov chains*. Lect. Notes XII Escola Brasileira de Probabilidade, (2008).
- [10] A.MONTANARI, *Stat316 Stochastic Processes on Graphs*. <http://stanford.edu/~montanar/TEACHING/S1.pdf>, (2007).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)	<input type="checkbox"/> SI <input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto <input type="checkbox"/> SI <input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale <input type="checkbox"/> SI <input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)	<input checked="" type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO