AM120 Analisi matematica 2
A.A. 2011/2012

Prof. Luigi Chierchia

1. La derivata

Definizione di derivata. Interpretazione geometrica. Linearità della derivata. Derivata delle funzioni elementari incluse le funzioni iperboliche.
Una funzione derivabile è continua. Derivazione di prodotti, rapporti, funzione composte e funzioni inverse.

2. Proprietà locali di funzioni derivabili

Massimi e minimi relativi. Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy. Una funzione differenziabile su di un intervallo è costante se e solo se ha derivata nulla. Una funzione differenziabile su di un intervallo è crescente se e solo se ha derivata non negativa.
Teoremi di de l'Hopital-Bernoulli. Derivate successive. Condizioni necessarie e sufficienti affinché un punto critico sia un massimo (minimo) relativo.
Formula di Taylor con resto di Lagrange. Calcolo dei polinomi di Taylor delle principali funzioni elementari.

3. Funzioni convesse

Relazione con il rapporto incrementale; esistenza delle derivate da sinistra e da destra; una funzione convessa è derivabile a meno di un insieme numerabile. Caratterizzazione della convessità per funzioni differenziabili e derivabili due volte con continuità.

4. Integrale di Riemann

Intervalli; intervalli standard; funzioni caratteristiche e funzioni semplici. Integrale di funzioni semplici. Linearità e positività dell'integrale di funzioni semplici. Definizione di funzione integrabile secondo Riemann. Caratterizzazioni dell'interabilità. Proprietà elementari dell'integrale di Riemann: linearità, positività, se f è integrabile allora f_+, f_-, $|f|$ sono integrabili; se f e g sono integrabili lo è anche fg. Integrabilità di: funzioni continue a supporto compatto; funzioni continue a tratti; funzioni monotone limitate. Integrale su intervalli.
Il teorema fondamentale del calcolo.
Formula di Taylor con resto integrale.

5. Primitive e calcolo integrale

Definizione di primitiva. Definizione di integrale indefinito. Integrazione di funzione elementari. Integrazione per parti. Calcolo delle primitive di funzioni elementari. Integrazione per sostituzione.

6. Integrale improprio

Divergenza di $|\sin x|/x$ su $(1, \infty)$. Se f è integrabile su $(0, b)$ per ogni b e $|f|$ è integrabile su $(0, \infty)$ allora f è integrabile su $(0, \infty)$ e $|\int f| \leq \int |f|$. Criterio di convergenza per serie a termini positivi: confronto integrale. Velocità di divergenza della serie armonica.

7. Aree e lunghezze

Aree di figure piane comprese tra due grafici. Lunghezze di grafici di funzioni C^1.

8. Successioni e serie di funzioni

Convergenza puntuale e uniforme di successioni di funzioni. Integrazione e derivazione di successioni di funzioni.
Serie di funzioni: convergenza uniforme e totale. Serie di potenze: raggio di convergenza, derivazione e integrazione termine a termine.
Espansione in serie di Taylor di $(1 + x)^\alpha$, con α numero reale non intero, per $|x| < 1$.
Espansione in serie di Taylor dell'arcoseno.
Esempio di una funzione C^∞ che non coincide con la sua serie di Taylor.

9. Esponenziale, funzioni trigonometriche e iperboliche in campo complesso

La serie esponenziale complessa $\exp(z)$ e relazioni col numero di Nepero. Teorema: $e^x = \lim(1 + x/n)^n$ per ogni x reale. Il teorema d'addizione: $\exp(z + w) = \exp(z) + \exp(w)$. Le funzioni sin, cos, sinh e cosh sul campo complesso. Definizione analitica di π (come il doppio del primo zero reale e positivo di $\cos x$).
Proprietà di periodicità dell'esponenziale e delle funzioni trigonometriche (in campo complesso). Rivisitazione rigorosa dei grafici di seno e coseno. Proprietà di iniettività dell'esponenziale compesso.

10. Il teorema fondamentale dell'algebra

Prerequisiti (funzioni continue su C; il teorema di Weierstrass su rettangoli di C; dall'esistenza di uno zero di un polinomio su C alla fattorizzazione standard).
Dimostrazione di Artin.

Testi consigliati

[1] Giusti, E., *Analisi Matematica 1*. Bollati Boringhieri, (1991. Seconda edizione).
[2] Giusti, E., *Analisi Matematica 2*. Bollati Boringhieri, (2003. Terza edizione).
[3] Rudin, W., *Principi di analisi matematica*. MacGraw Hill, (1991).

Bibliografia supplementare

[4] Giusti, E., *Esercizi e complementi di Analisi Matematica, Volume Primo*. Bollati Boringhieri, (2000).
[5] Giusti, E., *Esercizi e complementi di Analisi Matematica, Volume Secondo*. Bollati Boringhieri, (2000).
[6] Demidovich, B.P., *Esercizi e problemi di Analisi Matematica*. Editori Riuniti, (1993).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		■ SI	□ NO
- esame finale	scritto	■ SI	□ NO
	orale	■ SI	□ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		□ SI	■ NO