

AM220 Analisi Matematica 4

A.A. 2011/2012

Prof. Luigi Chierchia

1. Il teorema delle funzioni implicite e della funzione inversa

La norma operatoriale sullo spazio vettoriale delle matrici $n \times m$. Completezza. Le matrici quadrate con la norma operatoriale sono un'algebra di Banach. La serie di Neumann.

Contrazioni su spazi di Banach e spazi metrici: il lemma delle contrazioni. L'integrale di funzioni continue di una variabile a valori vettoriali; la norma dell'integrale è minore o uguale all'integrale della norma. Introduzione al teorema delle funzioni implicite.

Dimostrazione del teorema delle funzioni implicite.

Regolarità di funzione implicite.

Teorema della funzione inversa. Diffeomorfismi C^1 in R^n .

Massimi e minimi vincolati; il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

Unificazione delle ipotesi del teorema delle funzioni implicite; esempi.

2. L'integrale di Riemann in R^n

Rettangoli in R^n e loro misura; partizioni; diametro di un insieme e di una partizione; raffinamenti e partizione unione.

Misura interna e misura esterna (secondo Peano–Jordan) di un insieme limitato; integrale di Riemann inferiore e superiore di una funzione limitata su un insieme limitato. Proprietà elementari: relazione tra misurabile e integrabile; caratterizzazione della integrabilità e della misurabilità; approssimazione dell'integrale di Riemann tramite somme parziali di Riemann.

Oscillazione di una funzione su rettangoli e relazione con l'integrabilità. Linearità e positività dell'integrale di Riemann. f è integrabile se e solo f_+ e f_- sono integrabili; se f è integrabile lo è anche $|f|$; se f e g sono integrabili lo è anche fg . Misurabilità di unione e intersezioni di insiemi misurabili. Additività dell'integrale. Caratterizzazione della misurabilità mediante insiemi misurabili. Misurabilità della chiusura, dell'interno e della frontiera di insiemi misurabili.

Integrabilità delle funzioni continue e approssimazione con somme di Riemann per funzioni C^1 . Misurabilità di insiemi normali.

Teorema sugli integrali iterati.

Enunciato del Teorema sul cambio di variabili.

Coordinate sferiche e cilindriche. Calcolo del determinante dello jacobiano nel passaggio a coordinate sferiche.

Caratterizzazione dell'integrabilità con le funzioni a scalini e con le successioni di funzioni a scalini. Lemmi topologici sulla immagine della frontiera e la frontiera dell'immagine di un dato insieme.

Teorema: il volume di un parallelepipedo generato da n vettori in R^n è uguale al determinante della matrice che ha per colonne le componenti degli n vettori.

Trasformazioni nonlineari di cubi in R^n .

La misura di $F(A)$, con F trasformazione "regolare" e A aperto misurabile, è pari all'integrale su A del modulo dello Jacobiano di F .

Dimostrazione del teorema del cambio di variabili in R^n .

3. Varietà immerse in R^n

Definizione di immersione differenziabile, elementi di k -varietà in R^n e varietà. Prime proprietà ed esempi.

Spazio tangente ad una k -varietà e sua base canonica. Esempi di k -varietà dati con equazioni. Definizione di inclusione differenziabile e di k -varietà regolare a tratti.

4. Integrazione su varietà

Definizioni ed esempi. Invarianza delle definizioni per cambi di coordinate.

Insiemi regolari ed enunciato del teorema della divergenza. Partizione dell'unità. Dimostrazione del teorema della divergenza.

5. Forme differenziali e loro integrazione

1-forme differenziali e loro integrale curvilineo.

I teoremi di Green e Stokes.

Forme differenziali chiuse ed esatte; condizioni necessarie e sufficienti. Lemma di Poincaré. Relazioni tra forme esatte e chiuse e rotore, divergenza e gradiente.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] GIUSTI, E., *Analisi Matematica 2*. Bollati Boringhieri, (2003).
[2] CHIERCHIA, L., *Lezioni di analisi matematica 2*. , (Ottobre 1997).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] GIUSTI, E., *Esercizi e complementi di Analisi Matematica 2*. Bollati Boringhieri, (2000).
[4] DEMIDOVICH, B.P, *Esercizi e problemi di Analisi Matematica*. Editori Riuniti, (1993).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO