

FM1 Sistemi Dinamici (1^o Modulo)

A.A. 1998/1999

Guido Gentile

Equazioni differenziali ordinarie e Meccanica Elementare

1. Equazioni differenziali lineari del primo ordine

Spazi vettoriali e operatori lineari. Diagonalizzabilità di un operatore lineare in spazi vettoriali reali e complessi (operatori diagonalizzabili e semisemplici). Complessificazione e decomplessificazione di uno spazio vettoriale e di un operatore lineare. Esponenziale di un operatore lineare. Sistemi di equazioni differenziabili lineari del primo ordine a coefficienti costanti. Sistemi planari lineari. Forma canonica di Jordan e forma canonica reale (Cenni senza dimostrazioni). Equazioni differenziabili lineari di ordine qualsiasi a coefficienti costanti.

2. Equazioni differenziali del primo ordine: Teoria Generale

Definizione di sistemi dinamici. Flusso di un sistema dinamico. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità locali per sistemi dinamici autonomi e non autonomi di classe C^1 . Teorema della dipendenza continua dai dati iniziali. Teorema del prolungamento della soluzione. Teorema della dipendenza differenziabile dai dati iniziali.

3. Analisi qualitativa del moto

Stabilità secondo Ljapunov. Punti d'equilibrio stabili, asintoticamente stabili, attrattivi e instabili. Bacino d'attrazione. Insiemi limite. Sistemi meccanici conservativi. Sistemi dinamici linearizzati: stabilità di un punto d'equilibrio nel caso in cui la matrice corrispondente al sistema linearizzato abbia tutti gli autovalori con parte reale (strettamente) negativa; instabilità di un punto d'equilibrio nel caso in cui la matrice corrispondente al sistema linearizzato abbia almeno un autovalore con parte reale (strettamente) positiva. Teorema di stabilità di Ljapunov. Teorema di stabilità di Barbašin-Krasovskij. Teorema di Lagrange sulla stabilità dei sistemi meccanici conservativi. Sezioni locali. Teorema di Poincaré-Bendixson e applicazioni. Cicli limite. Insiemi limite per sistemi che ammettono una costante del moto. Traiettorie periodiche. Comportamento di un sistema dinamico lontano dai punti d'equilibrio: teorema della scatola di flusso. Equazioni di Lotka-Volterra.

4. Analisi qualitativa per sistemi unidimensionali

Conservazione dell'energia e curve di livello. Analisi qualitativa delle orbite. Orbite chiuse e traiettoria periodiche. Moti asintotici. Stabilità dei punti d'equilibrio e punti critici del potenziale.

5. Moti relativi e cinematica dei sistemi rigidi

Moto in un sistema di coordinate mobili. Traslazioni e rotazioni. Velocità angolare. Legge di composizione di moti rotatori e velocità angolare risultante. Forze d'inerzia: forza inerziale di rotazione, forza centrifuga e forza di Coriolis. Sistemi rigidi. Caratteristiche cinematiche dei sistemi rigidi. Teorema di König. Momenti d'inerzia. Momenti principali d'inerzia e assi principali d'inerzia. Momento d'inerzia rispetto a un asse. Teorema di Huygens-Steiner. Momenti d'inerzia principali per alcuni sistemi rigidi notevoli.

6. Meccanica lagrangiana

Principio variazionale di Hamilton. Lagrangiana e funzionale d'azione. Coordinate lagrangiane o generalizzate. Equazioni di Eulero-Lagrange. Equivalenza tra le equazioni di Eulero-Lagrange e le equazioni di Newton per sistemi meccanici conservativi. Variabili cicliche e metodo di Routh. Simmetrie e costanti del moto. Gruppi a un parametro di diffeomorfismi. Trasformazioni di coordinate e loro sollevamenti. Teorema di Noether.

7. Sistemi vincolati

Vincoli. Vincoli bilateri e unilateri, olonomi e anolonomi. Principio di d'Alembert. Principio di d'Alembert e vincoli rigidi. Estensione del principio di d'Alembert a vincoli anolonomi: vincoli di mobilità. Formalismo lagrangiano per sistemi con vincoli olonomi bilateri. Equazioni di Eulero-Lagrange per sistemi meccanici non conservativi (forze generalizzate). Moto di rotolamento senza strisciamento.

8. Piccole oscillazioni

Linearizzazione. Piccole oscillazioni. Piccole oscillazioni per pendoli accoppiati.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] G. DELL'ANTONIO, *Elementi di Meccanica*. Liguori Editore, (1996).
- [2] G. GENTILE, Appunti distribuiti durante il corso.
- [3] M.W. HIRSCH & S. SMALE, *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*. Academic Press, (1974).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [4] V.I. ARNOL'D, *Metodi Matematici della Meccanica Classica*. Editori Riuniti, (1979).
- [5] V.I. ARNOL'D, *Équations différentielles ordinaires*. Éditions MIR, (1974).
- [6] G. GALLAVOTTI, *Meccanica Elementare*. Bollati-Boringhieri, (1980).
- [7] L.D. LANDAU & E.M. LIFSHITZ, *Meccanica*. Editori Riuniti, (1976).
- [8] T. LEVI-CIVITA & U. AMALDI, *Lezioni di Meccanica Elementare*. Zanichelli, (1947).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto <input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale <input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO