

# FM1 Sistemi Dinamici (1<sup>o</sup> Modulo)

A.A. 1999/2000

Guido Gentile

## Equazioni differenziali ordinarie e Meccanica Elementare

### 1. Equazioni differenziali lineari del primo ordine

Spazi vettoriali e operatori lineari. Diagonalizzabilità di un operatore lineare in spazi vettoriali reali e complessi. Complessificazione e decomplessificazione di uno spazio vettoriale e di un operatore lineare. Esponenziale di un operatore lineare. Sistemi di equazioni differenziali lineari del primo ordine a coefficienti costanti (omogenee e non omogenee) nel caso di operatori diagonalizzabili e non diagonalizzabili. Sistemi planari lineari. Forma canonica di Jordan e forma canonica reale (Cenni senza dimostrazioni). Equazioni differenziali lineari di ordine qualsiasi a coefficienti costanti.

### 2. Equazioni differenziali del primo ordine: Teoria Generale

Definizione di sistemi dinamici. Flusso di un sistema dinamico. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità locali per sistemi dinamici autonomi e non autonomi di classe  $C^1$ . Teorema della dipendenza continua dai dati iniziali. Teorema del prolungamento della soluzione. Teorema della dipendenza differenziabile dai dati iniziali (Cenni senza dimostrazioni). Equazioni a variabili separabili.

### 3. Analisi qualitativa del moto

Stabilità secondo Ljapunov. Punti d'equilibrio stabili, asintoticamente stabili, attrattivi e instabili. Bacino d'attrazione. Insiemi limite. Sistemi meccanici conservativi. Sistemi dinamici linearizzati: stabilità di un punto d'equilibrio nel caso in cui la matrice corrispondente al sistema linearizzato abbia tutti gli autovalori con parte reale (strettamente) negativa; instabilità di un punto d'equilibrio nel caso in cui la matrice corrispondente al sistema linearizzato abbia almeno un autovalore con parte reale (strettamente) positiva. Teorema di stabilità di Ljapunov. Teorema di stabilità di Barbašin-Krasovskij. Teorema di Lagrange sulla stabilità dei sistemi meccanici conservativi. Sezioni locali. Teorema di Poincaré-Bendixson e applicazioni. Cicli limite. Sistemi che ammettono una costante del moto. Traiettorie periodiche. Comportamento di un sistema dinamico lontano dai punti d'equilibrio: teorema della scatola di flusso. Equazioni di Lotka-Volterra.

### 4. Analisi qualitativa per sistemi unidimensionali

Sistemi conservativi: conservazione dell'energia e curve di livello. Analisi qualitativa del moto. Orbite chiuse e traiettoria periodiche. Moti asintotici. Stabilità dei punti d'equilibrio e punti critici del potenziale. Stime di periodi.

### 5. Moti centrali

Forze centrali. Problema dei due corpi. Campo centrale armonico e campo centrale coulombiano. Leggi di Keplero. Teorema di Bertrand.

### 6. Moti relativi

Moto in un sistema di coordinate mobili. Traslazioni e rotazioni. Velocità angolare. Legge di composizione di moti rotatori e velocità angolare risultante. Forze d'inerzia: forza inerziale di traslazione, forza inerziale di rotazione, forza centrifuga e forza di Coriolis.

### 7. Cinematica dei sistemi rigidi

Sistemi rigidi. Caratteristiche cinematiche dei sistemi rigidi. Teorema di König. Momenti d'inerzia. Momenti principali d'inerzia e assi d'inerzia. Ellissoide d'inerzia. Momento d'inerzia rispetto a un asse fissato. Teorema di Huygens-Steiner.

### 8. Dinamica dei sistemi rigidi

Equazioni cardinali della dinamica per sistemi rigidi. Sistemi rigidi liberi. Sistemi rigidi con un punto fisso. Equazioni di Eulero.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] G. DELL'ANTONIO, *Elementi di Meccanica*. Liguori Editore, (1996).
- [2] G. GENTILE, *Appunti distribuiti durante il corso*.
- [3] M.W. HIRSCH & S. SMALE, *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*. Academic Press, (1974).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [4] V.I. ARNOL'D, *Metodi Matematici della Meccanica Classica*. Editori Riuniti, (1979).
- [5] V.I. ARNOL'D, *Équations différentielles ordinaires*. Éditions MIR, (1974).
- [6] G. GALLAVOTTI, *Meccanica Elementare*. Bollati-Boringhieri, (1980).
- [7] L.D. LANDAU & E.M. LIFSHITZ, *Meccanica*. Editori Riuniti, (1976).
- [8] T. LEVI-CIVITA & U. AMALDI, *Lezioni di Meccanica Elementare*. Zanichelli, (1947).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)	■ SI    □ NO						
- esame finale	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">scritto</td> <td style="padding: 0 10px;">■ SI</td> <td style="padding: 0 10px;">□ NO</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">orale</td> <td style="padding: 0 10px;">■ SI</td> <td style="padding: 0 10px;">□ NO</td> </tr> </table>	scritto	■ SI	□ NO	orale	■ SI	□ NO
scritto	■ SI	□ NO					
orale	■ SI	□ NO					
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)	□ SI    ■ NO						