GE10 Geometria Superiore (2^0 Modulo)
A.A. 1999/2000

Prof. G. Pareschi

Topologia Algebrica

1. Gruppo fondamentale e rivestimenti

Scopo di questa prima parte del corso è di approfondire lo studio, iniziato nel corso GE4, del gruppo fondamentale di uno spazio topologico in relazione con i rivestimenti dello spazio topologico stesso. Particolare attenzione viene dedicata al calcolo del gruppo fondamentale di vari spazi topologici interessanti.

Argomenti principali: richiami su omotopia, rivestimenti, gruppo fondamentale, sollevamenti di mappe e di omotopie. Applicazioni del concetto di grado di una mappa tra 1-sfere. Categorie e funtori. G-rivestimenti. Rivestimenti regolari. Il gruppo degli automorfismi di un rivestimento e sua relazione con il gruppo fondamentale. Richiami su spazi semi-localmente semplicemente connessi e rivestimento universale. Calcolo del gruppo fondamentale di vari spazi topologici. Corrispondenza tra rivestimenti connessi e sottogruppi del gruppo fondamentale. Dato un gruppo G, corrispondenza tra classi di G-isomorfismo di G-rivestimenti e omomorfismi di gruppo dal gruppo fondamentale a G. Il Teorema di Seifert - Van Kampen come conseguenza di tale corrispondenza (dimostrazione di A. Grothendieck). Somme e prodotti in una categoria. Prodotto liberi di gruppi. Gruppi liberi. Pushout in una categoria. Prodotti amalgamati di gruppi. Presentazione di un gruppo tramite generatori e relazioni. Determinazione del gruppo fondamentale di vari spazi topologici tramite Teorema di Seifert - Van Kampen e presentazioni. Gruppo fondamentale di nodi toroidali.

2. Omologia Singolare

Scopo di questa seconda parte del corso è di introdurre la teoria dell'Omologia Singolare di uno spazio topologico. Si studiano alcuni modi per calcolare i gruppi di Omologia Singolare e si deducono alcune applicazioni.

Argomenti principali: omologia di un complesso di R-moduli. Complesso delle catene singolari a coefficienti in R in uno spazio topologico. Omologia Singolare. Invarianza omotopica dell'omologia singolare (cenni). Rudimenti di Algebra Omologica: il Teorema fondamentale dell' Algebra Omologica. Successione esatta lunga di omologia relativa. Il Lemma di Escissione e sue applicazioni al calcolo dei gruppi di omologia delle sfere. Applicazioni (tra cui il Teorema di punto fisso di Brower). Grado di una mappa tra sfere. Applicazioni a campi vettoriali su sfere. Successione esatta di Mayer-Vietoris. Calcolo dei gruppi di omologia di vari spazi topologici. Complessi sferici (cenni). Il Teorema di separazione di Jordan-Brower e sue conseguenze.

Testi consigliati

[1] W. Fulton, *Algebraic Topology. A first course.*. Springer-Verlag, (1995).
[2] M. Greenberg, J. Harper, *Algebraic Topology. A first course (revised edition)*. Addison-Wesley, (1981).
[3] W. Massey, *Algebriac topology: an introduction*. Springer-Verlag, ().

Bibliografia supplementare

[4] E. Spanier, *Algebraic Topology*. Springer Verlag, (1966).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		☐ SI	■ NO
- esame finale	scritto	■ SI	☐ NO
	orale	■ SI	☐ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		☐ SI	■ NO