

# MA1 Matematica Applicata con Laboratorio

A.A. 1999/2000

Dr. Daniela Mansutti

Equazioni differenziali

## 1. Introduzione alle equazioni alle derivate parziali (EDP)

Caratterizzazione delle EDP: condizioni iniziali e al contorno, classificazione delle equazioni del secondo ordine (equazioni paraboliche, iperboliche, ellittiche), applicazioni prototipo, metodologie di soluzione. Il principio di sovrapposizione per le equazioni lineari.

## 2. Problemi evolutivi di diffusione

Formulazione matematica di problemi di diffusione del calore  $c/s$  sorgenti interne ed esterne; applicazione alla diffusione di una sostanza in un mezzo. Dominii limitati: i casi fisici rappresentati dalle condizioni al contorno di Dirichlet, di Neumann e di Robin. Soluzione dell'equazione del calore omogenea con condizioni al contorno omogenee: metodo delle variabili separabili e sviluppo in serie di Fourier. Trasformazione di problemi con condizioni al contorno non omogenee. Soluzione numerica con metodi alle differenze finite: metodo esplicito e metodo di Crank-Nicolson (C-N); consistenza, convergenza e stabilita' di uno schema numerico per la soluzione di una EDP; convergenza e stabilita' dei metodi esplicito e C-N. Soluzione numerica di problemi su domini limitati.

## 3. Problemi di propagazione di onde

Formulazione matematica del problema della corda vibrante anche in presenza di attrito o di altre forze esterne e per materiali elastici; applicazione a problemi di propagazione di onde longitudinali e torsionali. Soluzione di D'Alembert nel caso di dominio illimitato. Estensione della soluzione di D'Alembert al caso di dominio semi-illimitato. Vibrazioni di una corda finita, i casi fisici rappresentati dalle condizioni al contorno di Dirichlet, di Neumann e di Robin. Soluzione dell'equazione della corda vibrante omogenea con condizioni al contorno omogenee: metodo delle variabili separabili e onde stazionarie. Soluzione numerica con metodi alle differenze finite: soluzione di problemi su dominio limitato e illimitato con il metodo esplicito e con il metodo implicito; condizione di Courant-Friedrichs-Lewy (C.F.L.).

## 4. Problemi evolutivi di trasporto non-lineare

Formulazione matematica del problema del traffico. Estensione del metodo delle caratteristiche per equazioni scalari su dominio illimitato. Soluzioni con onde d'urto.

Sistemi iperbolici di EDP del 1° ordine: forma normale, autovalori e curve caratteristiche. Metodi numerici: metodo delle caratteristiche (nel discreto), metodo di Courant Isaacson e Rees, metodo di Lax-Wendroff. Applicazione al modello dei flussi isentropici. Trasformazione di un'EDP iperbolica del 2° ordine in un sistema di EDP iperbolico del 1° ordine.

## 5. Problemi di transizione di fase

Formulazione di un problema di fusione (solidificazione) di una lamina infinita di materiale solido (liquido): problemi di Stefan ad una fase e a due fasi. Tecnica del "front fixing" per la soluzione numerica.

### TESTI CONSIGLIATI

- [1] FARLOW, S. J., *Partial differential equations for scientists & engineers*. John Wiley and Sons Inc., (1982).
- [2] GERALD, C.F., WHEATLEY, P.O., *Applied Numerical Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, (1993).
- [3] GREENSPAN, D., CASULLI, V., *Numerical analysis for applied mathematics, science and engineering*. Addison-Wesley Publishing Company, (1988).
- [4] CRANK J., *Free and moving boundary problems*. Oxford Science Publications, (1987). .

### MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere ("esoneri")		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO

La prova orale sarà preceduta da un compito scritto che, a scelta dello studente, potrà essere più orientato (a) al calcolo oppure (b) ad uno sviluppo analitico. In entrambe i casi si tratterà di risolvere un problema di tipo applicativo con formulazione matematica, discussione sulla tecnica di soluzione prescelta e determinazione della soluzione ma per (a) si potrà utilizzare un metodo numerico fra quelli introdotti nel corso mentre per (b) si dovrà approfondire la letteratura e ricorrere ad una metodologia analitica. Al compito scritto si potranno dedicare tre giorni (dall'assegnazione).