

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2001/2002
AL1 - Algebra 1, fondamentali

Tutorato

Mercoledì 28 novembre

1. Sia n un numero naturale positivo e $\varphi(n)$ l'indicatore di Eulero.

1. Provare che se $n \geq 3$, allora $\varphi(n)$ è pari.

2. Trovare sei soluzioni dell'equazione $\varphi(x) = 12$.

3. Provare che l'equazione $\varphi(x) = 14$ non ammette soluzioni.

2. Risolvere il seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} 7X \equiv 2 \pmod{13} \\ 2X \equiv 1 \pmod{3} \\ 3X \equiv 4 \pmod{5} \end{cases}$$

e determinare la più piccola soluzione positiva.

3. Si consideri il seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} 3X \equiv 9 \pmod{12} \\ 4X \equiv 8 \pmod{10} \end{cases}$$

1. Descrivere l'insieme dei numeri interi che sono soluzioni del sistema.

2. Sia a una soluzione del sistema $(\text{mod } 20)$. Verificare che $[a]_{20} \in U(\mathbb{Z}_{20})$.

3. Determinare il periodo di $[a]_{20}$ come elemento del gruppo moltiplicativo $U(\mathbb{Z}_{20})$.

4. Trovare il più piccolo intero $a > 2$ tale che

$$2|a, 3|a+1, 4|a+2, 5|a+3, 6|a+4.$$