

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/2002
ALGEBRA 2 - Gruppi e Anelli
Lavoro guidato (a cura di Giampaolo Picozza)
Giovedì 4 ottobre

1. Determinare tutti i sottogruppi normali di \mathbf{S}_3 .
2. Sia G un gruppo e H un suo sottogruppo di indice 2. Dimostrare che H è normale in G .
3. Determinare tutti gli omomorfismi da \mathbf{S}_3 a \mathbb{Z}_4 e da \mathbb{Z}_4 a \mathbf{S}_3 .
4. Dimostrare che, se $\phi : G \rightarrow G'$ è un omomorfismo, allora, per ogni $g \in G$, l'ordine di $\phi(g)$ divide l'ordine di g .
5. Dimostrare che, se $\phi : G \rightarrow G'$ è un isomorfismo, allora, per ogni $g \in G$, l'ordine di $\phi(g)$ è uguale all'ordine di g .
6. Verificare quali fra i seguenti gruppi sono isomorfi: $U(\mathbb{Z}_5), U(\mathbb{Z}_8), U(\mathbb{Z}_9), U(\mathbb{Z}_{10})$.
7. Dimostrare che un gruppo ciclico con n elementi è isomorfo a \mathbb{Z}_n .
8. Determinare tutti gli omomorfismi da \mathbb{Z}_{12} a \mathbb{Z}_8 .