

**Corso di laurea in Matematica**  
**CAM - Complementi di Analisi Matematica**

PROVA D'ESONERO DEL 10-04-02

Svolgere (almeno) 4 dei seguenti esercizi.

ESERCIZIO 1. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{(x + \sqrt{1+x^2})^3}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

ESERCIZIO 2. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx.$$

ESERCIZIO 3. Discutere per quali valori  $a, b \in \mathbb{R}$  esiste il seguente integrale improprio:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a)^{1/2} (x^2 + 1)^b}.$$

ESERCIZIO 4. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int e^{\arccos x} dx.$$

ESERCIZIO 5. Studiare l'esistenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x (1 + \cos x)}{\sqrt{x}} dx.$$

ESERCIZIO 6. Studiare l'esistenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^{\infty} \frac{(e^{\sqrt{x}} - 1) e^{-x} \cos x}{x} dx.$$

ESERCIZIO 7. Verificare che esiste e quindi calcolare il seguente integrale improprio:

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx,$$

sapendo che risulta:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}.$$