

Corso di laurea in Matematica
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

PROVA D'ESONERO DEL 10-04-02

ESERCIZIO. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y + 2x^2 - x^4 - 1, \\ \dot{y} = -2x(2y - 3x^4 + 4x^2 - 2x^2y - 1). \end{cases}$$

(1) Verificare che la funzione

$$H(x, y) = (y + x^2 - 1)(y - x^4 + x^2)$$

è una costante del moto.

(2) Determinare i punti d'equilibrio.

(3) Discuterne la stabilità.

(4) Analizzare le traiettorie lungo la curva di livello che corrispondono al valore $H(x, y) = 0$.

(5) Discutere qualitativamente le altre traiettorie.

(6) Individuare i dati iniziali da cui si originano traiettorie periodiche.

(7) Verificare che la traiettoria con dato iniziale $(\bar{x}, \bar{y}) = (0, (2 + \sqrt{3})/4)$ è periodica.

(8) Scrivere il periodo come integrale definito.