

Corso di laurea in Matematica
Sistemi dinamici – Primo Modulo

PROVA D'ESAME DEL 06-06-2000

Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 4y(x^2 + y^2 - 2) , \\ \dot{y} = -4x(x^2 + y^2 - 2) . \end{cases}$$

- (1) Verificare che la funzione $H(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 3)$ è una costante del moto.
- (2) Determinare i punti d'equilibrio.
- (3) Determinare le curve di livello di $H(x, y)$.
- (4) Discutere la stabilità dei punti d'equilibrio.
- (5) Risolvere esplicitamente le equazioni del moto, i.e. trovare la soluzione $(x(t), y(t))$ al variare dei dati iniziali $(x(0), y(0)) = (x_0, y_0)$ nel piano.