TUTORATO GE1

Mercoledi 8 Maggio 2002

1. Sia V un $\mathbb{R}$ - spazio vettoriale di dimensione 2. Sia A un = piano affine su V con riferimento affine Oe_1e_2.=20

   (a) Al variare di $a \in \mathbb{R}$ il punto $P_a = (2-a, a+1)$ descrive una retta r di A. Scrivere le equazioni parametriche di r, un'equazione cartesiana di r e determinare il valore di a t.c. P_a sia allineato con i punti $Q = (1, -2)$ e $S = (2, 1)$

   (b) Sono assegnate tre rette: r di equazioni parametriche $x = 1-2t; y = 2t$, $s : x - 2y + 1 = 0$ e $q : 2x + y - 2 = 0$. Determinare un'equazione cartesiana di r e le equazioni parametriche di s e q. Poi determinare un'equazione cartesiana della

       retta w parallela a r e passante per il punto di intersezione tra s e q.

2. Sia V un $\mathbb{R}$ - spazio vettoriale di dimensione 3. Sia A uno spazio affine su V con riferimento affine $Oe_1e_2e_3$.

   (a) Scrivere equazioni parametriche e cartesiane della retta r passante per il punto $P = (1, -1, 1)$ ed avente vettore direttore $v = (1, -1, 1)$. Determinare poi vettore direttore ed equazioni parametriche della retta s avente equazioni cartesiane $x - y = 1; x + 2y - z = 0$. Dire infine se r e s sono parallele, incidenti o sghembe.

   (b) In ciascuno dei seguenti casi determinare la posizione reciproca della retta r e del piano p. Trovare equazioni parametriche di p. Inoltre determinare equazioni cartesiane o parametriche della retta s passante per Q contenuta in p e incidente la retta r.

      i. $r : x + z - 2 = 0, y = 1$; $p : x - y + 2z - 5 = 0$; $Q = (5, 0, 0)$

      ii. $r : x = 1 - t, y = 1 + t, z = 1$; $p : x + y + z = 0$; $Q = (0, 0, 0)$

3. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

   (a) Un piano e una retta in $\mathbb{R}^3$ non possono essere sghembi

   (b) Se due rette in $\mathbb{R}^4$ sono complanari allora esse sono parallele

   (c) Se due rette in $\mathbb{R}^4$ sono parallele allora sono complanari.

   (d) Due piani non possono incontrarsi in un solo punto.

   (e) Una retta in $\mathbb{R}^n$ deve essere definita da almeno n-1 equazioni cartesiane

   (f) In $\mathbb{R}^3$ gli iperpiani sono i piani.

(g) Uno spazio affine su $\mathbb{R}$ può anche avere solo un numero finito di punti.

(h) Su uno spazio affine su $\mathbb{R}^2$ si possono definire infinite diverse strutture di spazio affine su $\mathbb{R}^2$

4. Su $\mathcal{A}^3(\Re)$ sia p il piano di equazione $2X+Y-1=0$; calcolare le coordinate del punto $\pi_u(P)$, proiezione sul piano p del punto P tramite il vettore u, dove u e P sono:

   (a) $u=(1,1,-1) \in \Re^3$, $P=(1,0,0) \in \mathcal{A}^3$

   (b) $u=(2,-1,0) \in \Re^3$, $P=(0,1,-1) \in \mathcal{A}^3$

   (c) $u=(m,0,1) \in \Re^3$, $P=(1,1,0) \in \mathcal{A}^3$, al variare di $m \in \Re$.

5. In $\mathcal{A}^3$ determinare un'equazione cartesiana del piano p contenente la retta comune ai due piani di equazioni

$$X-Y=1 \quad \text{e} \quad 2Y+Z=2$$

   e parallelo al vettore $v=(2,0,-1)$