

ICA - Tutorato IV

Martedì 23 ottobre 2001

1. (a) Calcolare, utilizzando la definizione di limite¹,

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 1}{x - 1}$$

- (b) Trovare δ , in corrispondenza di $\epsilon = 10^{-2}$, per cui $\left| \frac{3x+1}{x-1} - L \right| < \epsilon$

2. **Calcolare i seguenti limiti**

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 1}$
(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$
(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$
(d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$
(e) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$
(f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^x$
(g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x$
(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{\sin \beta x}, \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \beta \neq 0$
(i) * $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
(j) * $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + p^2} - p}{\sqrt{x^2 + q^2} - q}, \quad \forall p, q \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$

3. **Calcolare DOMINIO e CODOMINIO delle seguenti funzioni:**

- (a) $f(x) = \sin x$
(b) $g(x) = \sqrt{x}$
(c) $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
(d) $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

¹Ricordiamo la def. di limite: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ sse $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0$ t.c. $\forall x \in A$ (dominio di f), con $0 < |x - x_0| < \delta$, si ha $|f(x) - L| < \epsilon$.