

Tutorato di TN1 - Teoria dei Numeri

Andrea Susa

4 marzo 2002

(1) Trovare tutte le eventuali soluzioni delle seguenti congruenze:

(a) $21X \equiv 9 \pmod{15}$;

(b) $33X \equiv 4 \pmod{20}$;

(c) $69X \equiv 9 \pmod{36}$.

(2) Risolvere le seguenti equazioni diofantee lineari in due indeterminate:

(a) $56X + 72Y = 40$;

(b) $24X + 138Y = 18$;

(c) $221X + 91Y = 117$;

(d) $84X - 438Y = 156$.

(3) Data la seguente equazione diofantea lineare in due incognite, e nel parametro λ :

$$(\lambda + 1)X + 3Y = 4.$$

(a) Determinare per quali valori di $\lambda \in \mathbb{Z}$ l'equazione è risolubile.

(b) Per il più piccolo valore di λ , determinare esplicitamente le soluzioni.

(4) Siano a, b, n interi positivi tali che $MCD(a, n) = 1$. Se x_0 è una soluzione di

$$aX \equiv b \pmod{n},$$

allora x_0 è anche soluzione di

$$rX \equiv -bq \pmod{n},$$

dove $n = aq + r$, con $q, r \in \mathbb{Z}$, e $0 \leq r < a$.