

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2002/2003
AL 1
Esercizi per casa, I prova (15 ottobre 2002)

Consegnare entro venerdì 25 ottobre.

1. Sia S un insieme e siano A e B due sottoinsiemi di S .
 - (a) Dimostrare che $(B \cap A^*) \cup (B^* \cap A) = (A \cup B) \cap (A^* \cup B^*)$ (dove $A^* = S \setminus A$ e $B^* = S \setminus B$).
 - (b) Dimostrare per assurdo che, se $(A \cup B) \cap (A^* \cup B^*) = B$, allora $A = \emptyset$.

2. Dimostrare per induzione le seguenti affermazioni:
 - (a) Per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$, $5^{2n-1} + 1$ è divisibile per 6.
 - (b) Per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$, $\sum_{m=2}^{n+1} \frac{1}{m^2} < \frac{n}{n+1}$.

3. Nell'insieme degli studenti delle scuole superiori italiane, si supponga che il 40% degli studenti sia interessato alla matematica e il 30% sia interessato alla fisica. Che cosa si può dire della percentuale di studenti che non sono interessati né alla matematica né alla fisica?

4. Determinare il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo delle seguenti coppie di interi e scriverne il massimo comun divisore sotto forma di una identità di Bezout.
 - (a) (220, 168)
 - (b) (3080, 2376)