

Tutorato X (28/05/2003)
(Teorema della divergenza e teorema di Stokes)

Esercizio 1. Verificare il teorema della divergenza (in \mathbb{R}^2) nel seguente caso:

$$f(x, y) = (1 + xy, x) \quad \text{ed} \quad \mathcal{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-2)^2 + y^2 < 1, y > 0\}.$$

Esercizio 2. Calcolare $\int_{+\partial S} \omega$ direttamente e per mezzo del teorema di Stokes, dove:

- $\omega = \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2 + z^2},$
- S è la superficie laterale del cilindro $\{x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$, con l'orientazione della normale esterna.

Esercizio 3. Sia Ω un aperto connesso di \mathbb{R}^3 la cui frontiera $\partial\Omega$ è una superficie regolare chiusa. Sapendo che il volume di Ω è 1, si calcoli il flusso (esterno) attraverso $\partial\Omega$ di $F(x) = x$ ($x \in \mathbb{R}^3$).