

## Tutorato di FM1

21 Marzo 2003

1. Utilizzando il teorema 7.2 trovare l' integrale generale dei seguenti sistemi ed equazioni:

a)

$$\begin{cases} x'_1 = x_2 \\ x'_2 = x_1 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 - 5x_2 \\ x'_2 = 2x_1 - x_2 \end{cases}$$

2. Discutere al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  l' insieme delle soluzioni di

$$x^{(4)}(t) = \alpha x(t)$$

con  $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Dire per quali  $\alpha$  esistono soluzioni (i) periodiche, (ii) limitate, (iii) convergenti a 0 per  $t \rightarrow \infty$ .

3. Sia  $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  soluzione dell' equazione

$$x'(t) = Ax(t) + b(t)$$

verificare che la funzione  $w(t) = e^{-At}x(t)$  soddisfa

$$w'(t) = b(t)e^{-At}.$$

Determinare quindi l' integrale generale dei seguenti sistemi non omogenei:

a)

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 - x_2 + t \\ x'_2 = x_1 - x_2 - t \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x'_1 = x_2 + t \sin(2t) \\ x'_2 = -x_1 - 8t \cos(2t) \end{cases}$$

c)

$$x'' - 2x' + x - 1 = 0$$

4. Utilizzando il teorema 7.2 trovare l' integrale generale del sistema

$$\begin{cases} x' = x - z \\ y' = y + z \\ z' = x - y + z \end{cases}$$