

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore: M. Nesci

Tutorato del 21/3/2003

1.1 Sia \mathbb{Q}^4 spazio vettoriale su \mathbb{Q} , sia H il sottospazio vettoriale generato da

$$(1, 1, 2, 3), (3, 2, 1, 0), (-1, 0, 3, 6), (2, 2, 2, 2).$$

Estrapolare da questo sistema di generatori una base per H.

1.2 Sia K^2 , spazio vettoriale su K. Trovare le coordinate dell'assegnato vettore X rispetto alla base composta dai vettori A e B nei seguenti casi:

$$X = (1, 0), A = (1, 1), B = (0, 1)$$

$$X = (2, 1), A = (1, -1), B = (1, 1)$$

$$X = (1, 1), A = (2, 1), B = (-1, 0)$$

$$X = (4, 3), A = (2, 1), B = (-1, 0)$$

1.3 Dimostrare che i seguenti vettori sono linearmente indipendenti tanto su \mathbb{R} quanto su \mathbb{C} :

$$a) (0, 1, 1) (0, 2, 1) (1, 5, 3)$$

$$b) (1, 1, 0) (1, 1, 1) (0, 1, -1)$$

1.4 Sia V uno spazio vettoriale, facendo uso delle proprietà degli spazi vettoriali dimostrare che se v e' un elemento di V e 0 e' il numero reale zero, allora $0v = O$ (O e' il vettore nullo).

1.5 Determinare se i seguenti vettori u, v, w sono fra loro linearmente indipendenti; nei casi in cui non lo sono metterne uno sotto forma di combinazione lineare degli altri:

$$(a) u = (1, 0, 1) v = (1, 2, 3) w = (3, 2, 5)$$

$$b) u = (1, 0, 1) v = (1, 1, 1) w = (0, 1, 1)$$

$$c) u = (1, 2) v = (1, -1) w = (2, 5)$$

$$d) u = (1, 0, 0, 1) v = (0, 1, 2, 1) w = (1, 2, 3, 4)$$

$$e) u = (1, 0, 0, 1) v = (0, 1, 2, 1) w = (1, 2, 4, 3)$$