

Tutorato del 28/3/2003

1.1 Verificare che

$$(1, 1, 1) \quad (1, 2, 3) \quad (2, -1, 1)$$

sono una base per \mathbb{R}^3 .

1.2 Sia V lo spazio vettoriale delle matrici reali 2×2 . Verificare se le seguenti formano una base per V :

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.3 Consideriamo i campi \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} :

Dimostrare che:

a) \mathbb{C} è uno spazio vettoriale di dimensione 2 su \mathbb{R} .

b) \mathbb{R} è uno spazio vettoriale di dimensione infinita su \mathbb{Q} .

1.4 Trovare una base e la dimensione del sottospazio W di \mathbb{R}^3 nei seguenti casi:

$$W = \{(a, b, c); a + b + c = 0\},$$

$$W = \{(a, b, c); a = b = c\},$$

$$W = \{(a, b, c); c = 3a\}.$$

1.5 Trovare una base e determinare la dimensione del sottospazio W di \mathbb{R}^4 generato dai seguenti vettori:

$$u = (1, -4, -2, 1)$$

$$v = (1, -3, -1, 2)$$

$$w = (3, -8, -2, 7)$$