

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
AL 1
Esercizi per casa, III prova

Consegnare entro venerdì 21 novembre.

1. Risolvere le seguenti congruenze:

(a) $12X \equiv 8 \pmod{16}$

(b) $32X \equiv 7 \pmod{55}$

(c) $21X \equiv 14 \pmod{35}$

(d) $720X \equiv 480 \pmod{840}$

2. Risolvere i seguenti sistemi di congruenze, sia per sostituzione che con la formula utilizzata per dimostrare il teorema cinese dei resti.

(a)
$$\begin{cases} X \equiv 5 \pmod{7} \\ X \equiv 7 \pmod{11} \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} X \equiv 7 \pmod{12} \\ X \equiv 15 \pmod{17} \\ X \equiv 9 \pmod{11} \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} X \equiv 21 \pmod{31} \\ X \equiv 20 \pmod{32} \\ X \equiv 19 \pmod{33} \end{cases}$$

3. Risolvere i seguenti sistemi di congruenze:

(a)
$$\begin{cases} 7X \equiv 2 \pmod{8} \\ 5X \equiv 4 \pmod{7} \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} 5X \equiv 2 \pmod{7} \\ 8X \equiv 11 \pmod{13} \\ 7X \equiv 5 \pmod{11} \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} 12X \equiv 15 \pmod{9} \\ 8X \equiv 6 \pmod{22} \\ 11X \equiv 7 \pmod{13} \end{cases}$$

4. (a) Calcolare (senza usare la calcolatrice) la cifra delle unità del numero $7^{(7^7)}$ in base 10 (cioè, determinare l'intero a tale che $0 \leq a < 10$ e $7^{(7^7)} \equiv a \pmod{10}$).

(b) Determinare (senza usare la calcolatrice) l'intero a tale che $0 \leq a < 29$ e $26! \equiv a \pmod{29}$.

(c) Siano p e q due numeri primi distinti e sia $a \in \mathbb{Z}$ tale che

$$a^q \equiv a \pmod{p} \quad \text{e} \quad a^p \equiv a \pmod{q}.$$

Dimostrare che $a^{pq} \equiv a \pmod{pq}$.