Universitá degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore: M. Nesci

Esercitazioni del 17/03/2004

1.1 Dimostrare che i seguenti insiemi sono spazi vettoriali:
(1) $M_{m,n}(K)$, l'insieme delle matrici con m righe, n colonne a coefficienti in un campo
(2)Lo spazio dei polinomi a coefficienti in un campo K, in una variabile:
$P(t) = \{a_0 + a_1t + a_2t^2 + \cdots + a_nt^n\}$
(3) Spazio delle funzioni continue su (a, b), intervallo della retta reale, a valori reali:$C^0(a, b)$.
(3) Sia $K \subset E$ un'estensione di campi, verificare che E si puo' vedere come spazio vettoriale su K.

1.2 Verificare che:
(1) $W = \{(a, b, 0), a, b \in \mathbb{R}\}$ e' un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$.
(2) Sia $M_n(K)$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine n, verificare che $S_n(K)$ e $A_n(K)$, rispettivamente il sottinsieme delle matrici simmetriche e quello delle matrici antisimmetriche, sono sottospazi di $M_n(K)$.
(3) Sia $P(t)$ il $K-$spazio vettoriale dei polinomi in una variabile, verificare che $\forall n \in \mathbb{N}$, $P(t)_{\leq n} = \{g(t) \in P(t); grg(t) \leq n\}$ e' un $K-$sottospazio vettoriale di $P(t)$.

1.3 Sia V uno spazio vettoriale su K. Siano U e W due suoi sottospazi. Verificare che la loro intersezione e' ancora un sottospazio di V.
Si puo' dire la stessa cosa dell'unione? Se no costruire il sottospazio generato dall'unione di due sottospazi.

1.4 Verificare che i seguenti sottinsiemi sono sottospazi di $\mathbb{R}^3$:
(1) W=$\{$(x,0,0); x $\in \mathbb{R} - \{0\}\}$
(2)$W = \{(x, y, z); x - 2y + z = 1\}$
(3)$W = \{(x, y, z); x - 2y + z = 0\}$

1.5 Sia V $K-$spazio vettoriale. Siano U e W due suoi sottospazi. Verificare che e' possibile mettere una struttura di $K-$spazio vettoriale sul sottinsieme dato dal prodotto cartesiano di U e W.