

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica  
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004  
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore: M. Nesci

Esercitazioni del 24/03/2004

- 1.1 Sia  $\mathbb{R}^3$  spazio vettoriale su  $\mathbb{R}$ . Estrapolare se possibile una base per lo spazio dal seguente insieme di generatori:

$$(1, 0, 0), (1, 1, 1), (0, 1, 2), (-1, -2, -3)$$

- 1.2 Verificare la dipendenza o indipendenza lineare dei seguenti vettori in  $\mathbb{C}^4$ :

$$(0, 1, 1, 0), (0, -i, -2i, 1), (0, i, 0, 1), (1, 0, 0, 0)$$

- 1.3 Sia  $M_{2,3}(\mathbb{R})$  lo spazio vettoriale delle matrici con due righe e tre colonne, a coefficienti reali.

Determinare una base di questo spazio.

Verificare, inoltre, se le seguenti matrici sono linearmente dipendenti o indipendenti:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1.4 Sia  $\mathbb{Q}^4$  spazio vettoriale su  $\mathbb{Q}$ .

Sia H un sottospazio generato da:

$$(1, 1, 2, 3), (3, 2, 1, 0), (-1, 0, 3, 6), (2, 2, 2, 2)$$

Estrapolare una base per H da questo sistema di generatori.

- 1.5 Siano :  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ :

Dimostrare che :

(a)  $\mathbb{C}$  e' uno spazio vettoriale di dimensione due sui reali.

(b)  $\mathbb{R}$  e' uno spazio vettoriale di dimensione infinita sui razionali.

- 1.5 Sia  $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}$ -spazio vettoriale.

Trovare le coordinate del vettore v rispetto alla base di  $\mathbb{R}^2$  composta da  $v_1$  e  $v_2$ :

$$v = (1, 0), v_1 = (1, 1), v_2 = (0, 1)$$

- 1.6 Sia  $\mathbb{R}^3$ . Siano:

$$(1, 0, 1), (1, 2, 3), (3, 2, 5)$$

Verificare se sono linearmente dipendenti. Se si, scriverne uno come combinazione lineare degli altri.