

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE2 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Verra - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini

Esercitazione del 21/10/2003

Diverse formulazioni del teorema spettrale e relative applicazioni. Data una matrice simmetrica A , a coefficienti reali, e' sempre possibile trovare una matrice ortogonale tale che nella classe di similitudine della prima ci sia una matrice diagonale? E che ne e' della classe di congruenza di A ?

Dato uno spazio euclideo reale trovare in esso una base diagonalizzante per una forma quadratica data, che sia anche una base ortonormale rispetto al prodotto scalare euclideo. Trovare una trasformazione ortogonale di \mathbb{R}^n che diagonalizzi una forma quadratica assegnata.

Metodo di Gauss-Jordan simmetrico.

- 1.1 Usando il teorema spettrale diagonalizzare le seguenti forme quadratiche $q(x_1, x_2, x_3) = \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$

$$q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

Che tipo di matrice e' la matrice del cambiamento di base dalla base canonica alla base ortonormale degli autovettori della matrice iniziale associata a q ?

- 1.2 Determinare una trasformazione ortogonale di \mathbb{R}^3 che diagonalizzi le seguenti forme quadratiche e trovare le corrispondenti forme diagonali.

$$q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_1x_3 - x_2^2 + x_3^2$$

$$q(x_1, x_2, x_3) = -2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2^2 - 2x_2x_3 - 2x_3^2$$

- 1.3 Applicare il metodo di Gauss-Jordan simmetrico alla seguenti forme quadratiche:

$$q(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_2^2 + 4x_1x_3 + x_3^2$$

$$q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 8x_1x_2 + x_2^2 - 16x_1x_3 + 14x_2x_3 + 5x_3^2$$

- 1.4 Riprendere il secondo esercizio della precedente lezione. Dare a \mathbb{R}^3 una struttura di spazio euclideo. Trovare una base diagonalizzante per la forma bilineare simmetrica b , che sia anche una base ortonormale rispetto al prodotto scalare euclideo.