

**GE2 - Tutorato VI - Lunedì 17 novembre 2003 d.C.**  
**tutori Federico Coglitore e Chiara Valenti**

1. Sia  $E$  un piano euclideo con assegnato un riferimento cartesiano  $Oe_1e_2$ .
  - (a) Scrivere le equazioni della rotazione  $\sigma$  di  $E$  di centro  $P = (1, 2)$  e angolo  $\pi/3$ .
  - (b) Scrivere le equazioni della riflessione  $\rho_r$  con  $r$  retta di equazione  $x - y + 1 = 0$
  - (c) Individuare la retta  $s$  per  $P$  tale che  $\rho_r \circ \rho_s = \sigma$
  
2. In ciascuno dei seguenti casi dimostrare che esiste un'unica isometria  $f$  di  $E$  che soddisfa le condizioni assegnate, e determinarla:
  - (a) ( $E = E^2$ ):  $f(0, 0) = (1, 1)$ ,  $f(1, 0) = (2, 1)$  ed  $f$  è un'isometria diretta
  - (b) ( $E = E^2$ ):  $f(0, 0) = (1, 1)$ ,  $f(1, 0) = (2, 1)$  ed  $f$  è un'isometria inversa
  - (c) ( $E = E^2$ ):  $f$  lascia fissi i punti della retta  $X - 2Y = 0$  e non è l'identità
  - (d) ( $E = E^2$ ):  $f$  lascia fissi i punti  $(1, 7)$ ,  $(-1, 1)$  e non è l'identità
  - (e) ( $E = E^3$ ):  $f$  fissa tutti i punti dell'asse  $X$  e dell'asse  $Y$  ed è un'isometria diretta.
  
3. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$ . Siano  $\mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}$  le curve algebriche definite rispettivamente dalle equazioni:  
 $X^2 + Y^2 + 1 = 0$ ,  $X^2 + Y^2 + 2 = 0$ ,  $X - Y = 0$ ,  $Y - X = 0$ .  
Rispondere ai seguenti quesiti:
  - (a)  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{F}$  sono la stessa curva?
  - (b)  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{H}$  sono la stessa curva?
  - (c)  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{F}$  hanno lo stesso supporto?
  - (d)  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{F}$  sono congruenti?
  - (e) Siccome l'identità, che è una particolare isometria, non trasforma l'equazione di  $\mathcal{G}$  nell'equazione di  $\mathcal{H}$  allora  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{H}$  non sono congruenti tramite l'identità, cioè non sono la stessa curva. Questo ragionamento è giusto o sbagliato?

4. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$
- (a) Scrivere le equazioni delle seguenti isometrie: simmetria rispetto all'origine, simmetrie rispetto agli assi coordinati, simmetria rispetto alla retta  $r$  di equazione  $X - Y = 0$
  - (b) Stabilire quali delle seguenti coniche sono simmetriche rispetto all'origine, agli assi coordinati o alla retta  $r$ :
    - i.  $XY + Y^2 - Y = 0$
    - ii.  $1 + X^2 + Y^2 = 0$
    - iii.  $X + Y + XY = 0$
    - iv.  $aX^2 + XY + aY^2 = 0 \forall a \in \mathbb{R}$