

**GE2 - Tutorato VIII - Lunedì 1 dicembre 2003**  
**tutori Federico Coglitore e Chiara Valenti**

1. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$ . Sia  $\mathcal{C}$  una conica euclidea generica di equazione  $f(x, y) = a_{11}X^2 + 2a_{12}XY + a_{22}Y^2 + 2a_{01}X + 2a_{02}Y + a_{00} = 0$ . Dimostrare che  $(x_0, y_0)$  è centro di simmetria per  $\mathcal{C}$  se, e solo se,  $\nabla f(x_0, y_0) = 0$  (ovvero le derivate parziali di  $f$  calcolate in  $(x_0, y_0)$  sono entrambe nulle). Dire se e quanti centri di simmetria esistono se  $\mathcal{C}$  è un' iperbole, un' ellisse o una parabola.
2. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$ . Si consideri la conica  $\mathcal{C}$  di equazione  $X^2 + Y^2 + 2XY + 2X - Y - 3 = 0$ .
  - (a) Assicurarsi che  $\mathcal{C}$  è una parabola non degenera
  - (b) Trovare un'isometria che riduce la parabola nella sua forma canonica
  - (c) Trovare il vertice, il fuoco, l'asse di simmetria e la retta direttrice di  $\mathcal{C}$
3. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$ . Sia  $\mathcal{C}$  l'iperbole non degenera di equazione  $X^2 + 8XY + Y^2 + 2X + 2Y + 1 = 0$ 
  - (a) Trovare il centro di simmetria
  - (b) Trovare gli assi di simmetria (senza ridurre la conica a forma canonica)
  - (c) Trovare gli asintoti (attraverso i punti all'infinito)
  - (d) Farne un disegno approssimativo.
4. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$ . Per ognuna delle seguenti coniche euclidee determinare un'isometria che le trasforma in forma canonica, e la forma canonica ottenuta.
  - (a)  $3X^2 - 10XY + 3Y^2 + 14X - 2Y + 3 = 0$
  - (b)  $X^2 - 4XY + 4Y^2 - 6X - 8Y + 5 = 0$