Universitá degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE3 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004

Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott.ssa T. Vistarini - Tutore: M. Nesci

Esercitazione del 3/06/2004

1.1 Sia $I_x \subset \mathbb{R}$, $I_x = [0,1]$, $C_n = \{(\frac{1}{n}, y), 0 \leq y \leq 1\} \subset \mathbb{R}^2$,$C = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} C_n$.
Dimostrare che $I_x \bigcup C$ con la topologia euclidea indotta e' connesso per archi.
Sia $I_x \bigcup C \bigcup P$, con $P = (0,1)$. Dimostrare che e' connesso ma non localmente connesso e non connesso per archi.

1.2 (i) Verificare che ogni spazio topologico discreto e' localmente connesso e totalmente sconnesso.
(ii) Verificare che la (i) si inverte.

1.3 Sia $(X, \mathcal{T})$ uno spazio topologico.
(i) Verificare che le seguenti condizioni sono equivalenti:
(a) ogni componente connessa per archi e' aperta
(b) ogni punto $x \in X$ ha un intorno connesso per archi.
(ii) Dedurre da (i) che $(X, \mathcal{T})$ e' connesso per archi se e solo se $(X, \mathcal{T})$ e' connesso e vale la (b).

1.4 Sia $p : Y \to X$ un rivestimento fra spazi topologici.
Dimostrare che p e' un'applicazione aperta e che X ha la topologia quoziente relativa a p