ST1 - Statistica 1, metodi matematici e statistici

Homework 1 a.a.2004/2005

Gli esercizi dovranno essere svolti in gruppi di 3 persone e dovranno essere consegnati entro Lunedì 18/04/2005 alle ore 18:00.
Ogni gruppo dovrà svolgere due esercizi: l'esercizio 0 comune per tutti i gruppi e uno tra gli esercizi 1-2. La scelta del secondo esercizio sarà fatta dal sottoscritto con la seguente modalità: ogni gruppo che si formerà dovrà mandare una mail a `luca.monno@unipv.it` con oggetto Homework ST1, nella mail dovranno essere indicati i componenti del gruppo; io risponderò con l'esercizio scelto. Gli esercizi dovranno essere scritti in un unico file di testo che rinominerete `cognome1cognome2cognome3.r` e dovranno essere spediti tramite mail all'indirizzo sopra-indicato.
Gli esercizi saranno valutati con punteggi che da 0-3: 0 insufficente, 1 sufficente, 2 buono e 3 ottimo.

Esercizio 0 Si definisce una variabile aleatoria $Weibull(\lambda, \nu)$ una variabile aleatoria con densità

$$f(x) = \lambda \nu x^{\nu-1} e^{-\lambda x^{\nu}} I_{(0,\infty)}(x) \qquad \lambda > 0,\, \nu > 0$$

1. Fissiamo $\lambda = 2, \nu = 3$ e $n = 100$ la numerosità campionaria.
2. Generare un campione *iid* di numerosità n da una $Weibull(\lambda, \nu)$.
3. Costruire la funzione di log-verosimiglianza per λ incognito e ν fissato pari a 3.
4. Costruire la funzione di log-verosimiglianza per ν incognito e λ fissato pari a 2.
5. Costruire un grafico che mostri affiancate le due verosimiglianze sopra ottenute.
6. Costruire la funzione di log-verosimiglianza per λ e ν incogniti.
7. Costruire un grafico che mostri tale funzione di due parametri.
8. Costruire una funzione che, dato un campione supposto provenire da una $Weibull$, restituisca la stima di massima verosimiglianza.
9. Generare $M = 1000$ campioni di numerosità n da una $Weibull(\lambda, \nu)$.
10. Per ogni campione calcolare la stima di di massima verosimiglianza per λ e ν.
11. Stimare la matrice di varianze e covarianze di $th\hat{e}ta = (\hat{\lambda}, \hat{\nu})$ quando $\lambda = 2$, $\nu = 3$ e $n = 100$ sulla base delle 1000 realizzazioni ottenute al punto precedente.

Attenzione! R usa un parametrizzazione differente dalla nostra, controllare su `help(rweibull)`

Esercizio 1

1. Supponendo di avere un campione di v.a. *iid* gaussiane con media e varianza incognite, costruire una funzione che, dato il campione e $0 < \alpha < 1$, restituisca l'intervallo di confidenza di livello α per la media.

2. Consideriamo il dataset `goal.dat`. Per ogni campionato calcolare l'intervallo di confidenza di livello $\alpha = 0.95$ per la media dei goal e rappresentare in un unico grafico tutti questi intervalli e la media totale dei goal fatti in tutti i campionati.

Esercizio 2 Quando si hanno successioni temporali di osservazioni può risultare comodo vedere come varia la media di piccoli gruppi di tali osservazioni con il passare del tempo: sia x un vettore con n componenti: $x[1], \ldots, x[n]$, si definisce *media mobile* di lag l il vettore, $MA_{x,l}$, che ha per componenti

$$MA_{x,l}[i] = \frac{\sum_{j=-l}^{l} x[i+j]}{2l+1} \qquad i = l+1, \ldots n-l$$

1. Scrivere una funzione che, dato un vettore e un intero l, restituisca il vettore media mobile, (*attenzione!*: la numerosità del vettore media mobile è minore di quella del vettore originario).

2. Consideriamo il dataset `goal.dat`. Per ogni campionato calcolare il vettore media mobile di lag 1.

3. Avete ora 8 vettori media mobile relativi ad ogni campionato. Per ottenere una stima dei goal segnati in ogni gruppo di 3 giornate calcolate la media, componente per componente, dei vettori ottenuti.

4. Rappresentare graficamente le medie ottenute.

5. Che cosa ne deducete?