

GE4 - Geometria Differenziale 1

TUTORATO II - FEDERICO COGLITORE E LIVIA CORSI (28-9-05)

ESERCIZIO 1. Sia k il vettore $(0, 0, 1) \in \mathbb{R}^3$ e sia $\alpha(t) : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ una curva (diversa da un punto). Dimostrare che $\alpha(t)$ è contenuta in un piano affine orizzontale π (cioè $z = z_0$) se e solo se il prodotto scalare $\alpha \cdot k$ è costante (cioè non dipende da t).

ESERCIZIO 2. Verificare quali tra le seguenti basi sono positivamente orientate:

1. la base $\{(1, 3), (4, 2)\}$ in \mathbb{R}^2
2. la base $\{(1, 3, 5), (2, 3, 7), (4, 8, 3)\}$ in \mathbb{R}^3

ESERCIZIO 3. Dimostrare che il prodotto vettoriale in \mathbb{R}^3 non è associativo.

ESERCIZIO 4. Dimostrare che il prodotto misto $(u \wedge v) \cdot w$ calcola il volume con segno del parallelepipedo generato da $u, v, w \in \mathbb{R}^3$

ESERCIZIO 5. Dimostrare che per il prodotto vettoriale vale la regola di Leibniz:

$$\frac{d}{dt}(u(t) \wedge w(t)) = \dot{u}(t) \wedge w(t) + u(t) \wedge \dot{w}(t)$$