

AM3 - Esercitazione 2

15 marzo 2007

1) Verificare che la funzione

$$f(x, y) = |x| \ln(1 + y)$$

è differenziabile in $(0, 0)$.

2) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione definita nel seguente modo:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} x^2 + y + z^2 & \text{se } x \neq 0 \\ \sin y + z^3 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Allora:

- determinare la continuità di f in $(0, 0, 0)$;
- calcolare le derivate parziali di f in $(0, 0, 0)$;
- determinare la differenziabilità di f in $(0, 0, 0)$.

3) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione definita nel seguente modo:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} x + \frac{1}{2}x^2y + z^2y^2 & \text{se } y \geq 0 \\ \frac{e^{xy}-1}{y} & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Allora:

- provare continuità ed eventualmente differenziabilità di $f(x, y, z)$ in \mathbb{R}^3 ;
- trovare l'insieme dei punti p per cui la funzione $f(x, y, z)$ risulta essere $C^1(\{p\})$.