

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2006/2007
GE4 - Geometria Differenziale 1

TUTORATO VI - LIVIA CORSI E GABRIELE NOCCO (02-11-06)

ESERCIZIO 1. Sia $S \subset \mathbb{R}^3$ una superficie regolare e $\pi : S \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione che associa ad ogni $p \in S$ la sua proiezione ortogonale sul piano orizzontale $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 0\}$. Stabilire se π è differenziabile. Per quali punti il differenziale $d\pi_p$ è un'isomorfismo lineare?

ESERCIZIO 2. Dimostrare che, date due superfici regolari $S_1, S_2 \subset \mathbb{R}^3$, un'applicazione $f : S_1 \rightarrow S_2$ è un diffeomorfismo $\iff f$ è liscia, biiettiva, e il suo differenziale df_p è un'applicazione lineare invertibile $\forall p \in S_1$

ESERCIZIO 3. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il sottoinsieme di \mathbb{R}^3

$$S_a = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = a + z^2\}$$

è una superficie regolare? Giustificare attentamente la risposta e disegnare S_a per almeno un valore del parametro a .